

## Обработка гидроакустических сигналов с помощью вейвлетов

*Н.Ю. Гришин*

*Российский технологический университет Московский институт  
радиоэлектронной аппаратуры, Москва*

**Аннотация:** В настоящей статье рассмотрен алгоритм обработки гидроакустических сигналов в частотной области с использованием вейвлетов. Приводятся доводы в пользу схожести структуры гидроакустических сигналов с структурой вибрационных. Описана структура гидроакустических сигналов, при этом подчеркивается актуальность вейвлет анализа над анализом с применением преобразований Фурье. Алгоритм может быть применен для оценки спектральной плотности с использованием периодограммы Фурье и оценки энергии в различных диапазонах частот. Представлен способ жесткого порога сглаживания коэффициентов и представлены преимущества такого подхода над мягким порогом. Расписан поэтапный алгоритм фильтрации гидроакустического сигнала. Одним из применений алгоритма является оценка параметров вибрационного сигнала с использованием параллельной реализации алгоритма.

**Ключевые слова:** частотная область, спектральная плотность; вейвлеты; обработка вибрационных сигналов.

### 1. Введение

Наиболее чувствительным вопросом в гидроакустике является время детектирования отраженного сигнала. Гидроакустический сигнал в своей структуре содержит множество составляющих; например, в нем может быть заложена компонента, обусловленная работой гребного винта.

В материале [1] рассмотрено применение вейвлет-преобразования применительно к детектированию работоспособности гидравлической и пневматической техники. В статье приводятся доводы в пользу преимуществ вейвлет преобразования над классическими преобразованиями Фурье. В статье [2] рассматривается часть работы низкоорбитальных систем спутникового интернета при которой применяется быстрое преобразование Фурье. В целях сокращения периода обработки цифрового сигнала, в статье даются рекомендации к переходу на целочисленные дискретные вейвлет-преобразования (ЦДВП) сигналов.

Обработка вибрационных сигналов - одна из наиболее распространенных областей современной обработки сигналов. Связанные с

---

этим задачи встречаются во многих областях, включая мониторинг вибрации, диагностику на основе вибрации, обнаружение неисправностей, распознавание сигналов, оценку параметров сигнала и т.д.

Рассматриваемые в статье вибрационные сигналы получаются от сложных динамических объектов по телеметрическим каналам. Сигналы принимаются во время испытаний объекта и регистрируются датчиками вибрации. Все измерения вибрации выполняются в соответствии с конкретными тестами, и поэтому структура вибрационных сигналов может варьироваться от одного теста к другому.

Исследуемые вибрационные сигналы обладают свойствами:

1. сигнал — это набор многомасштабных вибрационных составляющих, искаженных нежелательным шумом; каждая составляющая характеризует вибрации, характерные для различных режимов работы;
2. компоненты сосредоточены в разных частотных диапазонах;
3. квазистационарные вибрационные сигналы имеют распределенными локальными свойствами в частотной области и хаотичным распределением энергии по полосам частот;
4. фиксированный период дискретизации.

В данной работе рассматриваются квазистационарные многокомпонентные сигналы  $s(n)$ . Термин “многокомпонентный” подразумевает, что  $s(n)$  может быть представлен следующим образом:

$$s(n) = \sum_{i \in I} \beta_i c_i \quad (1)$$

где  $c_i(n)$  -  $i$ -й компонент,  $\beta_i$  - весовой коэффициент  $i$ -го компонента,  $I$  - набор индексов с количеством элементов, зависящим от конкретного вибрационного сигнала и алгоритма декомпозиции. Введение набора индексов  $I$  необходимо, поскольку некоторые компоненты могут быть исключены после декомпозиции путем применения определенных критериев

---

(например, критерий энергии, критерий корреляции и т.д.). Каждый компонент извлекается из исходных данных с помощью определенной процедуры декомпозиции, включая вейвлет-декомпозицию, разложение по Фурье, разложение по эмпирическому режиму и т.д.

Среди широкого спектра вибрационных процессов мы рассмотрим так называемые стационарные вибрационные процессы. Установившиеся колебания возникают от активных элементов (двигателей, генераторов) и связаны с вибрационными процессами. Эти колебания, в отличие от переходных, являются квазистационарными, и их статистические характеристики остаются одинаковыми для разных сегментов исследуемого сигнала, что позволяет расширить набор методов их обработки и анализа. Установившиеся процессы имеют относительно большую продолжительность, которая превышает продолжительность переходных процессов.

После завершения испытаний вибрационные сигналы подвергаются дальнейшей постобработке, но чаще всего их приходится обрабатывать в режиме реального времени, чтобы обнаружить резкие изменения и другие аномальные признаки, свидетельствующие о предстоящем отказе или разрушении. Объем данных, подлежащих анализу, обычно велик из-за высокой частоты дискретизации, большой длительности исследуемых сигналов и множества тестов, предназначенных для тестирования объектов.).

## **2. Алгоритм обработки сигналов основанный на вейвлетах**

Предполагается оценивать вибрационный сигнал в частотной области при помощи вейвлет-сглаживания периодограммы Фурье [3-5]. Необходимо представить: спектральную плотность мощности (СПМ) и энергия в некоторых интервалах частот. По этим двум параметрам в основном и ведется анализ вибрационных сигналов в различных сферах, включая гидроакустику, биомедицинскую обработку сигналов, геофизические данные

---

и прочее. Периодограмма Фурье сглаживается в частотной области потому что:

- Анализ вибрационных сигналов с помощью СПМ (спектрального анализа) характеризуется сложной и неоднородной структурой. В частотной области такие сигналы имеют много локальных особенностей, включая пики и спады различной амплитуды. Эти пики могут содержать важную информацию о резонансах, возникающих в процессе работы объекта. Кроме того, спектры этих сигналов обычно являются непрерывными и имеют неравномерное распределение энергии. В связи с этим, нам необходимы математические инструменты, которые позволяют работать с такими данными и сохранять отношения между значениями в СПМ. Одним из таких инструментов является дискретное вейвлет-преобразование (ДВП), которое может быть применено к классической периодограмме Фурье.

- ДВП позволяет выполнять сглаживание СПМ, основываясь только на данных в частотной области, даже если нет доступа к выборкам сигнала во временной области. Иногда можно записывать выборки только для определенной частоты, а не для каждого момента времени, чтобы уменьшить объем передаваемых данных, но все равно заранее известно СПМ или его несглаженная оценка;

- Часто ДВП оказывается устойчивым к искаженным данным с высоким уровнем шума и может эффективно обрабатывать многокомпонентные данные для адаптивного многомасштабного и многополосного разложения.

Существуют быстрые методы вычисления классического вейвлет-преобразования (например, алгоритм Маллата и алгоритм Труса) и быстрые методы преобразования Фурье (БПФ), которые позволяют сгладить периодограмму Фурье на основе вейвлета даже для больших объемов данных (до нескольких миллионов выборок).

Алгоритм можно использовать для решения широкого круга практических задач, включая:

- Расчет СПМ для изучения распределения энергии по различным полосам частот и анализа локальных особенностей в частотной области (например, узкие пики, глубокие впадины, резкие изменения и т. д.).

- Сглаживание СПМ в случае, когда временные выборки данных неизвестны или недоступны.

Входной сигнал  $s(n)$  должен иметь длину  $N$ , которая является степенью двойки. Если это условие не выполняется, исходный сигнал  $s(n)$  должен быть дополнен нулями, чтобы использовать быстрые методы вычисления, основанные на вейвлетах. Поскольку изучаемые сигналы являются квазистационарными, спектральный анализ не приведет к ошибочной интерпретации структуры сигнала (в отличие от нестационарных сигналов, где спектральный анализ может давать неправильные результаты из-за больших значений, сосредоточенных около нулевой частоты).

Алгоритм начинается с вычисления периодограммы Фурье  $W_N(k)$  [6-8], которая затем подвергается сглаживанию. При больших значениях  $N$  (например, в статье рассматриваются наборы данных с несколькими миллионами выборок), можно использовать следующее выражение:

$$W_N(k) = S(k)u(k), \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (2)$$

где  $k$  - дискретная нормализованная частота (номер спектральной выборки),  $W_N(k)$  - периодограмма Фурье,  $S(k)$  - СПМ, который необходимо найти,  $u(k)$  - случайная составляющая. Когда  $k = 1, 2, \dots, N - 1$ , компонент  $u(k)$  имеет одностороннее экспоненциальное распределение с параметром, равным 1; когда  $k = 0$  и  $k = N$ , компонент  $u(k)$  имеет распределение  $\chi^2$  с одной степенью свободы [4, 5].

---

При помощи мультипликативного представления (2), мы можем получить логарифмическую оценку периодограммы. Вычисление логарифма  $W_N(k)$  возможно, поскольку периодограмма Фурье, за исключением некоторых точек, положительна. Чтобы сделать работу с данными более удобной, мы можем перейти к аддитивному представлению  $W_N(k)$ .

$$\ln W_N(k) = \ln S(k) + \ln u(k), \quad k = 0, 1, \dots, N. \quad (3)$$

Приведенное выше выражение можно изменить, добавив  $E[\ln u(k)]$  к правой части (3) и одновременно вычитая его. Эта операция позволит ввести новую переменную, обозначаемую как  $\varepsilon(k)$ :

$$\ln W_N(k) = \ln S(k) + \varepsilon(k) + E[\ln u(k)], \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (4)$$

где

$$\varepsilon(k) = \ln u(k) - E[\ln u(k)], \quad k = 0, 1, \dots, N. \quad (5)$$

Предполагается, что  $\varepsilon(0)$  и  $\varepsilon(N)$  имеют распределение совпадающее с  $\varepsilon(k)$  для  $0 \leq k < N$ , которая вызвала незначительным влиянием  $\varepsilon(0)$  и  $\varepsilon(N)$  для больших  $N$ . Таким образом, окончательное выражение для  $\ln W_N(k)$  может быть записано в виде:

$$\ln W_N(k) + \gamma = \ln S(k) + \varepsilon(k), \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (6)$$

где  $\varepsilon(k)$  случайная составляющая с нулевым средним значением,  $\gamma$  - постоянная Эйлера.

Функция распределения  $\varepsilon(k)$  имеет вид:

$$\begin{aligned} F_\varepsilon(k) &= P\{\ln U(k) - E[\ln U(k)] < t\} = \\ &= P\{U(k) < e^{t+E[\ln U(k)]}\} = F_U(e^{t+E[\ln U(k)]}). \end{aligned} \quad (7)$$

Функция кумулятивной плотности  $\varepsilon(k)$ , которая определяется как производная от функции распределения, может быть найдена в виде:

$$p_\varepsilon(k) = e^{k+E[\ln U(k)]} p_U(e^{k+E[\ln U(k)]}) = e^{k-\gamma} p_U(e^{k-\gamma}) = \frac{1}{2} e^{k-\gamma} e^{k-\gamma} \quad (8)$$

После оценки логарифмической периодограммы  $\ln W_N(k)$  наборы вейвлет-коэффициентов вычисляются с использованием ДВП:

$$b_j(m) = \sum_{k=0}^{N-1} (\ln W_N(k) + \gamma) (w_j(k - 2^i m)_{\text{mod } N}), \quad (9)$$

$$u_j(m) = \sum_{k=0}^{N-1} \ln S(k) (w_j(k - 2^i m)_{\text{mod } N}), \quad (10)$$

$$y_j(m) = \sum_{k=0}^{N-1} \varepsilon(k) (w_j(k - 2^i m)_{\text{mod } N}), \quad (11)$$

где  $\{w_j(k)\}_{0 \leq k < N}$  - базовый вейвлет масштаба  $j$ ,  $m$  - это параметр расширения,  $y_j(k)$ - вейвлет-коэффициенты случайной компоненты  $\varepsilon(k)$ .

Используя линейность вейвлет-преобразования, получено к следующему выражению:

$$b_j(m) = u_j(m) + y_j(m). \quad (12)$$

Для получения оценки вейвлет-коэффициентов  $u_j(m)$  необходимо выполнить сглаживание вейвлет-коэффициентов  $b_j(m)$ .

Существует несколько методов сглаживания, одним из которых является применение жесткого порогового значения к вейвлет-коэффициентам  $b_j(m)$ . Модифицированные вейвлет-коэффициенты  $b_j(m)$  после применения жесткого порога могут быть определены следующим образом [9-11]:

$$\tilde{b}_j(m) = \begin{cases} b_j(m), & |b_j(m)| > \rho_j \\ 0, & |b_j(m)| \leq \rho_j \end{cases}, \quad (13)$$

где  $\tilde{b}_j(m)$  - модифицированные вейвлет-коэффициенты после жесткого порогового значения,  $\rho_j$ - пороговые значения.

Если в данных отсутствуют локальные особенности, такие как резонансные пики, разумно использовать мягкое пороговое значение. Модифицированные вейвлет-коэффициенты  $b_j(m)$  после применения мягкого порога могут быть определены следующим образом:

$$\tilde{b}_j(m) = \begin{cases} b_j(m) - \rho_j, & b_j(m) > \rho_j \\ 0, & -\rho_j \leq b_j(m) < \rho_j \\ b_j(m) + \rho_j, & b_j(m) \leq -\rho_j \end{cases} \quad (14)$$

Пороговые значения  $\rho_j$ , зависят от уровня декомпозиции и определяются как:

$$\rho_j = \alpha_j \ln \frac{N}{2} \quad (15)$$

где  $\alpha_j$  - коэффициенты, зависящие от выбранной вейвлет-базы (например, коэффициенты для койфлетов, вейвлетов Добеши, симмлетов и т.д.),  $N$  - размер данных. Формулы для пороговых значений применимы для уровней декомпозиции  $j \leq 10$ . Для уровней декомпозиции  $j > 10$  пороговое значение определяется по формуле.

$$\rho = \sqrt{2 \ln\left(\frac{N}{2}\right) \sigma_e^2} = \sqrt{2 \ln\left(\frac{N}{2}\right) \frac{\pi^2}{6}} = \sqrt{3.29 \ln\left(\frac{N}{2}\right)}. \quad (16)$$

В данной статье выбрано использование жесткого порогового значения для изменения вейвлет-коэффициентов. Этот выбор обусловлен наличием резонансных пиков и преимуществами жесткого порогового значения по сравнению с мягким и асимметричным пороговыми значениями. Жесткое пороговое значение позволяет сохранить структуру узких резонансных пиков в частотной области, которые являются важными при анализе стационарных вибрационных процессов. Оно также сохраняет соотношения амплитуд для установившихся колебательных процессов, что позволяет проверить степень опасности резонансного процесса.

После применения жесткого порогового значения к вейвлет-коэффициентам, осуществляется обратное дискретное преобразование Фурье для формирования оценки модифицированной логарифмической периодограммы. Затем, используя эти оценки, определяются и формируется оценка  $\ln \tilde{W}_N(k)$ .



После сглаживания оценок  $\hat{S}(k)$  исходного СПМ стационарного колебательного процесса вычисляется  $s(n)$ :

$$\hat{S}(k) = e^{\ln \tilde{W}_N(k) + \gamma} \quad (17)$$

После получения оценки  $\hat{S}(k)$  происходит определение частот локальных максимумов, которые являются резонансными частотами динамического объекта. После оценки СПМ с использованием вейвлет-порогового значения производится оценка энергии в диапазонах частот от нуля до частоты Найквиста. Эта частота разделяется на полосы частот с шагом, равным одной трети октавы. Затем в каждой полосе частот происходит оценка энергии и сравнение с допустимым порогом:

$$E\{\Delta f_{i(1/3)}\}_{\max} < E\{\Delta f_{i(1/3)}\}_{\text{доп}}, \quad (18)$$

где  $E\{\Delta f_{i(1/3)}\}_{\max}$ ,  $E\{\Delta f_{i(1/3)}\}_{\text{доп}}$  - максимальная и допустимая энергии спектральных составляющих соответственно в  $i$ -м (1/3) октавном диапазоне частот.

Ниже приведено подробное представление разработанного алгоритма в виде конечной последовательности этапов:

На первом этапе должна быть найдена периодограмма Фурье установившегося вибрационного процесса  $s(n)$ , которая затем представлена в мультипликативной форме (2).

На втором этапе вычисляется логарифмическая периодограмма Фурье  $\ln W_N(k)$  (2) и преобразуется в (3).

На третьем этапе происходит сглаживание логарифмической периодограммы Фурье  $\ln W_N(k)$  в вейвлет-области и применение обратного вейвлет-преобразования для получения сглаженной логарифмической периодограммы  $\ln W_N(k)$ . При сглаживании  $\ln W_N(k)$  используется жесткое пороговое значение для вейвлет-коэффициентов в случае наличия резонансных пиков. Если резонансные пики отсутствуют, рекомендуется применять мягкое пороговое значение.

На четвёртом этапе вычисляется оценка  $\hat{S}(k)$  для стационарного вибрационного сигнала  $s(n)$  на основе уравнения (17).

На пятом этапе определяются локальные максимумы СПМ.

На шестом этапе полоса частот от нуля до частоты Найквиста разделяется на поддиапазоны (например, по трети октавы) или другие заранее выбранные промежутки. Затем оценивается энергия колебаний в каждом поддиапазоне, и эта энергия сравнивается с допустимыми значениями.

Предложенный алгоритм может быть применен в частотной области для оценки спектральной плотности и энергии в различных диапазонах частот гидроакустического сигнала. Алгоритм допускает параллельную реализацию для сокращения времени выполнения.

### Литература

1. Беляев А.И., Овсянников А.Ю., Лапковский К.А., Дорофеев Е.А. Вейвлет-преобразования как метод диагностики энергетических машин // Инженерный вестник Дона. 2015. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2015/3464](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2015/3464).
2. Калмыков И.А., Чистоусов Н.К., Калмыкова Н.И., Духовный Д.В. Ортогональная обработка сигналов с использованием математических моделей целочисленных вейвлет-преобразований, реализованных в модулярных кодах классов вычетов // Инженерный вестник Дона. 2021. №6. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273)
3. Чуи К. Введение в вейвлеты / пер. с англ. М. : Мир, 2001. 412 с.
4. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов/ пер.с англ. М.: Мир, 2005. 671 с.
5. Смоленцев Н. К. Вейвлет-анализ в Matlab. 3-е изд. М.: ДМК Пресс, 2010. 448 с.

6. Stoica P., Moses R. Spectral Analysis of Signals. Upper Saddle River, New Jersey. Prentice Hall, 2005. 427 p.
7. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам / пер. с англ. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 464 с.
8. Хьюбер Дж. Робастность в статистике / пер. С англ. М.: Мир, 1984. 304 с.
9. Donoho D.L., Johnstone J.M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. Biometrika. 1994. Vol. 81, No. 3. P. 425–455.
10. Percival D., Walden A. Wavelet methods for time series analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 594 p.
11. Priestley M. B. Spectral analysis and time series. New York. Academic Press, 1981. 890 p.

### References

1. Beljaev A.I., Ovsjannikov A.Ju., Lapkovskij K.A., Dorofeev E.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2015. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2015/3464](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2015/3464).
  2. Kalmykov I.A., Chistousov N.K., Kalmykova N.I., Duhovnyj D.V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2021. №6. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273)
  3. Chui K. Vvedenie v vejvlety [Introduction to Wavelets]. Per. s angl. M.: Mir, 2001. 412 p.
  4. Malla S. Vejvlety v obrabotke signalov [Wavelets in signal processing]. Per. s angl. M.: Mir, 2005. 671 p.
  5. Smolencev N. K. Vejvlet-analiz v Matlab [Wavelet analysis in Matlab]. 3-e izd. M.: DMK Press, 2010. 448 p.
  6. Stoica P., Moses R. Spectral Analysis of Signals. Upper Saddle River, New Jersey. Prentice Hall, 2005. 427 p.
-



7. Dobeshi I. Desjat' lekcij po vejvletam [Ten lectures on wavelets]. Per. s angl. Izhevsk: NIC «Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika», 2001. 464 p.
8. H'juber Dzh. Robastnost' v statistike [Robustness in statistics]. Per. s angl. M.: Mir, 1984. 304 p.
9. Donoho D.L., Johnstone J.M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. Biometrika. 1994. Vol. 81, No. 3. pp. 425–455.
10. Percival D., Walden A. Wavelet methods for time series analysis. Cambrindg: Cambridge University Press, 2000. 594 p.
11. Priestley M. B. Spectral analysis and time series. New York. Academic Press, 1981. 890 p.