

Применение параметра регуляризации для повышения эффективности расчёта водного потока при распределении по рукавам

А.В. Ботвинков, Н.В. Гольшев

Сибирский государственный университет водного транспорта, Новосибирск

Аннотация: Анализируется новый предложенный метод расчёта распределения расходов воды по рукавам, в многорукавных участках рек, выявляются проблемы расчёта при компьютерном моделировании, предлагается способ оптимизации моделирования расчётов, предлагается использование параметра регуляризации, производится анализ эффективности предложенного метода, проводится анализ изменённых формул, проводится анализ погрешности вычислений.

Ключевые слова: Распределение водного потока, многорукавные участки рек, расход воды, система нелинейных уравнений, регуляризация.

Одной из актуальных задач, которую требуется решить для обоснования результатов проектирования путевых работ на многорукавных участках рек является определение распределения расходов воды по рукавам [1-2].

При проведении водных изысканий на участке реки, русловой партией снимаются характеристики водного потока. На основании полученных данных производится расчёт различных характеристик, одной из которых является модуль сопротивления (F), который определяется для каждого из рукавов участка реки. Модуль сопротивления является постоянной величиной в течении нескольких последующих лет, общий расход воды в диссипативных системах так же является постоянным [3-5].

При проектировании путевых работ, например строительства запруд, на участке реки, где присутствуют перетоки (поперечные рукава, на рис. 1), происходит перераспределение водного потока и в отдельных рукавах течение реки может изменить своё направление [3,6].

При этом возможности моделирования для поиска оптимального решения значительно ограничены проблемами однозначного установления направления течения в перетоках [5].

Предложена методика, основанная на корректировке уравнений неравномерного движения жидкости [7].

Методика позволяет перейти от исходных уравнений неравномерного движения жидкости (формула Шези):

$$\Delta z = Q^2 \cdot F, \quad Q = \pm \sqrt{\frac{\Delta z}{F}}, \quad P = Q \cdot \Delta z = Q^3 \cdot F, \quad (1)$$

к формулам вида:

$$\Delta z = Q \cdot |Q| \cdot F, \quad P = Q \cdot \Delta z = Q^2 \cdot |Q| \cdot F. \quad (2)$$

В виде зависимости расхода воды от разности уровней:

$$Q(\Delta z) = \frac{\Delta z}{|\Delta z|} \cdot \sqrt{\frac{|\Delta z|}{F}} = \text{sgn}(\Delta z) \cdot \sqrt{\frac{|\Delta z|}{F}} = \frac{\Delta z}{\sqrt{|\Delta z| \cdot F}}. \quad (3)$$

Все представленные формы эквивалентны. Здесь $| \cdot |$ - знак абсолютной величины, $\text{sgn}(\Delta z)$ – знаковая функция (4):

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x = 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}. \quad (4)$$

В соответствии с формулами (2) в независимости от направления течения реки, мощность P всегда положительна, а знак Δz указывает на правильность выбора исходного направления.

Для расчёта уравнений основанных на предложенном методе проведён анализ первой и второй производной полученных формул (3) на предмет разрыва в определённых точках. В случае разрыва функции математические пакеты могут остановить вычисления в связи со стремящейся к бесконечности производной и как следствие переполнения разрядной сетки [8].

Очевидно, что производная функции $Q'(\Delta z)$ будет иметь вид:

$$Q'(\Delta z) = \frac{dQ}{d\Delta z} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{|\Delta z| \cdot F}}. \quad (5)$$

Из (4) следует, что при $|\Delta z| \rightarrow 0$ $Q'(\Delta z) \rightarrow \infty$.

Непосредственной причиной остановки алгоритма является переполнение разрядной сетки при численном вычислении производных. Это явление возникает при определении значений производных в рукавах, в которых Δz мало.

Вероятность такого явления тем выше, чем сильнее различаются модули сопротивлений рукавов на исследуемом участке реки. Кроме того, аналогичное явление возникает при неверном выборе направлений расходов воды в некоторых ветвях. В этом случае при работе алгоритма происходит движение по оси Δz из положительной области в отрицательную, либо наоборот. При этом алгоритм неминуемо проходит через 0 где производная $\rightarrow \infty$, что и приводит к его остановке.

Применение параметра регуляризации позволяет повысить устойчивость работы алгоритма:

$$Q(\Delta z, E) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{|\Delta z| \cdot F + E}},$$
$$Q'(\Delta z, E) = \frac{dQ(E)}{d\Delta z} = \frac{1}{\sqrt{|\Delta z| \cdot F + E}} \cdot \frac{\sqrt{|\Delta z| \cdot F + 2E}}{2 \cdot \sqrt{|\Delta z| \cdot F + E}}, \quad (6)$$

где $E \geq 0$ – параметр регуляризации.

Ниже приведены графики производной (5) и (6) при заданных параметрах Δz изменяющихся от -2 до 2, $F=10^{-4}$.

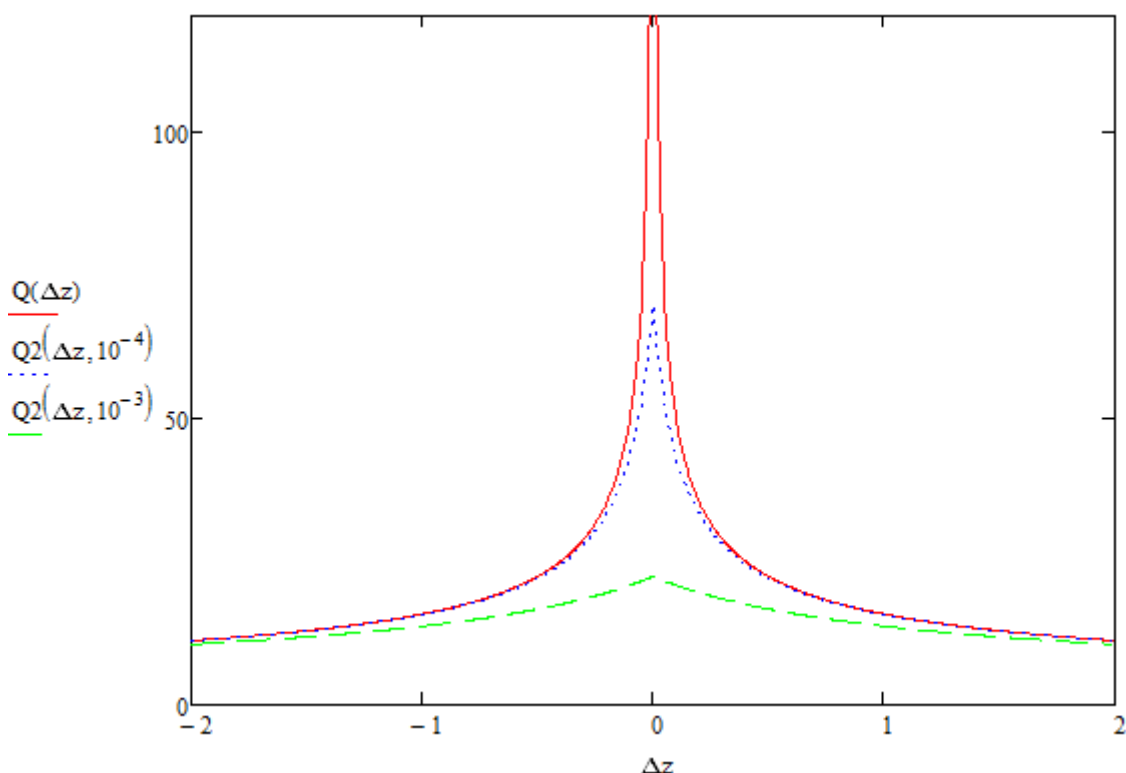


Рис. 1 - Графики производных (5) и (6)

На рис. 1 функция $Q(\Delta z)$ является производной (5), функция $Q_2(\Delta z, 10^{-4})$ производной (6) при значении коэффициента регуляризации $E=10^{-4}$, функция $Q_2(\Delta z, 10^{-3})$ производной (6) при значении коэффициента регуляризации $E=10^{-3}$.

Введение параметра $E>0$ позволяет устранить разрыв производной, приводящей к расходимости алгоритма.

Однако, исходная система для участка реки $\psi(F_i, Q)=0$, при введении параметра E , заменяется на систему вида:

$$\Psi(F_i, Q, Q_{Ei}, E)=0, \quad (7)$$

где ψ – символ векторной функции, описывающей топологию участка реки, Q – заданный расход, Q_{Ei} – искомые расходы в рукавах.

Ясно, что расходы Q_{Ei} отличаются от истинных расходов Q_i . Параметр E будет введён корректно, если уравнение (7) удовлетворяет принципу регуляризации [9], который требует выполнения условия:

$$\lim_{E \rightarrow 0} Q_{Ei} = Q_i, \quad (8)$$

для всех расходов воды в рукавах.

Для выполнения этого условия необходимо, чтобы параметр регуляризации E удовлетворял условиям [10]:

$$\lim_{E \rightarrow 0} \frac{dQ}{d\Delta z} E = \frac{dQ}{d\Delta z}, \quad (9)$$

$$Q_E(-E, \Delta z) = Q(E, \Delta z). \quad (10)$$

Первые два уравнения обеспечивают приближение уравнений к точным значениям при $E \rightarrow 0$. Третье условие, означает четность по параметру E . При этом обеспечивается сохранение исходной симметрии функции $Q(\Delta z)$.

В том, что необходимые условия (8) (9) (10) выполняются для уравнения расхода легко убедиться непосредственной проверкой. Таким образом, параметр регуляризации нами введён корректно.

Метод построения устойчивого решения исходной задачи $\psi(F_i, Q)=0$, на базе E – решения регуляризованной задачи (7) реализуется на основе принципа продолжения решения по параметру E .

При этом регуляризованная система (7) решается методом итераций для убывающей последовательности значений параметра $E \rightarrow 0$.

Контроль сходимости решения можно осуществлять по норме поправки $\| Q_i^{p+1} - Q_i^p \| \leq \delta$, где p – номер итерации, δ – заданная абсолютная погрешность нахождения расходов.

На практике, как правило, используется правило Гарвика [10], состоящее в том, что выбирается наименьшее значение E , при котором ещё выполняется критерий сходимости, то есть в результате итерации δ уменьшается.

В качестве начального значения параметра E можно принять величину:

$$E_{\max} = \max(\sqrt{F_i \cdot \Delta z_i}),$$

где F_i и Δz_i – модули сопротивления и падения уровней воды в рукавах соответственно.

Благодаря параметру регуляризации E производная (6) будет иметь решение и при $\Delta z=0$. Точность решения будет зависеть от выбранного значения E : чем меньше его значение, тем выше точность вычислений. Рекомендуемый диапазон значений E от 10^{-5} до 10^{-3} , которые полностью удовлетворяют максимально допустимой погрешности в 5%. Совсем низкие значения E могут привести к нестабильной работе системы, а разница в точности вычислений будет незначительна.

Литература

1. Зернов, С.Я. Внутренние водные пути Северо-Восточного региона: Проектирование, строительство, эксплуатация. – Новосибирск: Наука, 2003. 71-73 с.
2. Dobrovolska, O. Development of procedure to control flow distribution in water supply networks in real time // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies – 2018. - 17-24 с.
3. Гришанин Н.В., Дегтерев В.В., Селезнев В.М. Водные пути: учебник для вузов. – М.: Транспорт, 1986. 400 с.
4. Aleshkin S.A., Kornilov M.V. Mathematical modeling of water flow distribution over the deltaic channels – 2001. – URL: researchgate.net/publication/293739847_Mathematical_modeling_of_water_flow_distribution_over_the_deltaic_channels, свободный. – Загл. с экрана.
5. Маккавеев, Н.И. Русловые процессы учебник. / Маккавеев Н.И., Чалов Р.С. –М., МГУ, 1986. - 162-164 с.
6. Гришанин, Н.В., Дегтерев В.В., Селезнев В.М. Водные пути: учебник для вузов.– М.:Транспорт, 1986. 400 с.
7. Ботвинков А.В., Голышев Н.В. Расчёт водного потока распределённого по рукавам в многорукавных участках рек. // Инженерный вестник Дона. 2019. № 5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5971

8. Гольшев Н.В., Ботвинков А.В. Гидравлическое обоснование работ на многорукавных участках рек. Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. -2012. № 2. – С.142-148.

9. Лануош К. Практические методы прикладного анализа. Пер. с англ. Физ. мат. лит. – М. 1981. – 523 с.

10. Ильин В.Н., Коган В.Л. Разработка и применение программ автоматического схемотехнического проектирования. - М: Радио и связь. – 1984, 368с.

References

1. Zernov S.Ja. Vnutrennie vodnye puti Severo-Vostochnogo regiona [Internal waterways of the northeast region]: Proektirovanie, stroitel'stvo, jekspluatacija. Novosibirsk: Nauka, 2003, pp. 71-73

2. Dobrovolska O. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018, pp. 17-24

3. N.V., Degterev V.V., Seleznev V.M., Vodnye puti: uchebnik dlja vyzov [Waterways: textbook for universities]. M.: Transport, 1986, 400 p.

4. Aleshkin S.A., Kornilov M.V. Mathematical modeling of water flow distribution over the deltaic channels 2001. URL: researchgate.net/publication/293739847_Mathematical_modeling_of_water_flow_distribution_over_the_deltaic_channels, svobodnyj.

5. Makkaveev N.I., Chalov R.S. Ruslovye processy uchebnik [Channel processes tutorial]. M., MGU, 1986, pp. 162-164.

6. Grishanin N.V., Degterev V.V., Seleznev V.M. Vodnye puti: uchebnik dlja vyzov. [Waterways: textbook for universities]. M.:Transport, 1986, 400 p.

7. Botvinkov A.V., Goly`shev N.V Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5971



8. Goly`shev N.V., Botvinkov A.V. Nauchny`e problemy` transporta Sibiri i Dal`nego Vostoka [Scientific problems of transport in Siberia and the Far East]. 2012. № 2. pp. 142-148.
9. Lanuosh K. Prakticheskie metody` prikladnogo analiza [Practical methods of applied analysis]. Per. s angl. Fiz. mat. lit. M. 1981. 523 p.
10. Il`in V.N. Razrabotka i primeneniye programm avtomaticheskogo sxemotexni-cheskogo proektirovaniya [Development and application of programs for automatic circuit design]. V.N., Kogan V.L. M: Radio i svyaz`. 1984, 368 p.