Теплообмен в пограничных слоях на излучающих поверхностях при градиентном течении

В.В. Иванов, Л.В. Карасева, С.А. Тихомиров

Донской государственный технический университет Академия строительства и Архитектуры, Ростов – на – Дону

Аннотация: Проведено численное решение задачи теплопереноса в пограничных слоях прозрачного газа на стенках, подвергаемых с противоположной стороны лучисто-конвективному нагреву.

Исследование влияния режимных параметров задачи на развитие процесса теплообмена проводилось для случая градиентного течения и включало наиболее характерные варианты процессов переноса.

Целью настоящей работы является изучение процессов переноса при нелинейных граничных условиях, получение приближенно-аналитических решений нелинейного тепло- и массообмена, установление связи между режимными параметрами и физической трактовкой результатов исследования.

Изучены также некоторые сопряженные задачи теплообмена при наличии излучения. Проведен анализ полученных решения. Выполненное исследование позволило установить, что наличие поперечного перетока тепла в стенке, а также излучение поверхности оказывают существенное влияние на характер распределения поверхностных температур.

Ключевые слова: Пограничный слой, конвекция, излучение, градиентное течение, сопряженный теплообмен.

В [1] рассматривалась задача переноса тепла излучением к пограничному слою прозрачного газа через термически тонкую пластину. Предлагаемая работа является естественным продолжением [1], и включает расчет теплопередачи в более общей постановке, учитывающей как процесс градиентного течения, так и влияние термического сопротивления стенки.

В настоящей статье изучались процессы теплопередачи через стенку, одна поверхность которой нагревается лучисто-конвективным теплом, а другая омывается потоком охлаждающей жидкости. Предполагается, что диссипация за счет трения отсутствует, физические свойства жидкости постоянны, процесс теплообмена стационарен, а термическое сопротивление стенки пренебрежимо мало.

Анализ проводился для ламинарного режима течения в рамках приближения теории пограничного слоя [2-9].

Цель исследования – нахождение распределений температур вдоль поверхности, а также определение влияния режимных параметров задачи на развитие процесса теплообмена.

Рассматривается случай ламинарного течения, когда скорость на внешней границе пограничного слоя подчиняется степенному закону (градиентное течение).

Исследуемая физическая модель и система координат представлены на рис.1.

Математическая постановка задачи имеет вид:

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=U_\infty\frac{dU_\infty}{dx}+V\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\ , \qquad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0, \qquad (2)$$

$$U=V=0,\ \ y=0, \qquad (3)$$

$$U=U_\infty=Ax^m,\ \ y\to\infty, \qquad (4)$$

$$U\frac{\partial \theta}{\partial x}+V\frac{\partial \theta}{\partial y}=a\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}, \qquad (5)$$

$$-\lambda\frac{\partial \theta}{\partial y}=\varepsilon\sigma_0 T_c^3\left[K(1-\theta)+1-\theta^4\right],\ \ y=0, \qquad (6)$$

$$\theta=\theta_\infty,\ \ y\to\infty. \qquad (7)$$

Здесь $0<\theta_\infty<T_\infty/T_c\le\theta=T\ /T_c<1$, $K=\alpha/\varepsilon\sigma_0 T_c^3$, а показатель степени m связан с углом β соотношением $m=\beta/(2-\beta)$.

Принятое выше допущение о независимости физических свойств среды от температуры позволяет решать динамическую (1) – (4) и тепловую (5) – (7) части исходной задачи автономно.

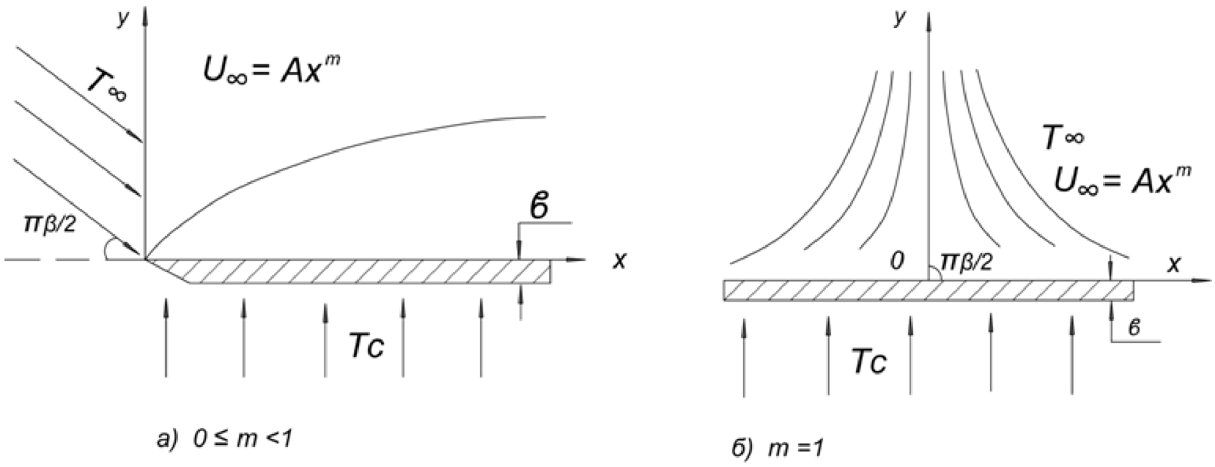

Рис.1 Физическая модель и система координат.

Применяя к тепловой задаче (5) – (7) с нелинейным граничным условием (6) линеаризующее преобразование

$$W = \exp\left[-p\int_0^\theta \frac{d\theta}{K(1-\theta)+1-\theta^4}\right], \tag{8}$$

приводим задачу (5) – (7) для новой переменной W к виду

$$U\frac{\partial W}{\partial x} + V\frac{\partial W}{\partial y} = a\left[\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \varphi(x,y)\right], \tag{9}$$

$$\varphi(x,y) = pW\left[\frac{\partial\theta/\partial y}{K(1-\theta)+1-\theta^4}\right]^2 \left(4\theta^3 + K - p\right), \tag{10}$$

$$\lambda\frac{\partial W}{\partial y} = p\varepsilon\sigma_0 T_c^3 W, \qquad y = 0, \tag{11}$$

$$W = \exp\left[-p\int_0^{\theta_\infty} \frac{d\theta}{K(1-\theta)+1-\theta^4}\right] = W_\infty, \quad y \to \infty. \tag{12}$$

Процедура минимизации нелинейного комплекса (9) производится по правилам, изложенным в [1].

Определение W_w для небольших значений обобщенной переменной представлено в виде ряда

$$W_w = W_\infty\left[1 + \sum_{j=1}^{\infty} B_j \left(pX_{*\Lambda}\right)^j\right], \tag{13}$$

где $\quad B_0 = 1, \; B_j = -B_{j-1}\dfrac{\Gamma_0[j/(2s)+2/3]}{\Gamma_0[j/(2s)+1]\Gamma_0(2/3)}, \quad j = 1, 2, 3, \ldots,$

Γ_0 – гамма – функция, $s = n_0/(1-m)$, $n_0 = \frac{3}{4}(1+m)$.

Искомая температура поверхности $\theta_w = \theta(x,0)$определится на основе уравнения (13) и линеаризующего преобразования (5).

Для выявления характера влияния основных параметров процесса теплообмена на распределение поверхностных температур были выполнены расчеты на ЭВМ

При этом задавались следующие значения параметров:

θ_∞ = 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,8;

K = 0; 1; 5; 20; 50; 100;

m = 0; 1/3; 2/3; 1.

Диапазон изменения искомой температуры $\theta_w = \theta(X_{*\Lambda})$ (от θ_∞ до 1) делился на сто равных отрезков $\Delta\theta_w = \theta_{wi} - \theta_{w(i-1)} = 0{,}01$, а корректирующий параметр P_i вычислялся по формуле

$$P_i = K + 4\{[\theta_{wi} - \theta_{w(i-1)}]/2\}^3. \qquad (14)$$

Как показали исследования, для выбранных условий расчета максимальная относительная погрешность в определении величин θ_w нигде не превышала 0,5 % .

В качестве примера на рис.2 приведены типичные кривые, когда $\theta_\infty = 0{,}2$; $K = 0,\ 5,\ 20$; $m = 0,\ 1/3,\ 2/3,\ 1$. Абсцисса графика – обобщенная переменная $X_{*\Lambda}$, ордината - безразмерная температура поверхности θ_w.

Расчеты показывают, что развитие процесса переноса существенно зависит от определяющего параметра K. Этот параметр по смыслу представляет собой отношение числа Bi к числу Sk и характеризует взаимосвязь между конвективным и лучистым потоками тепла. С ростом параметра Kтемпературные перепады между поверхностью и набегающим потоком $(\theta_w - \theta_\infty)$ увеличиваются, что приводит к интенсификации процесса теплообмена.

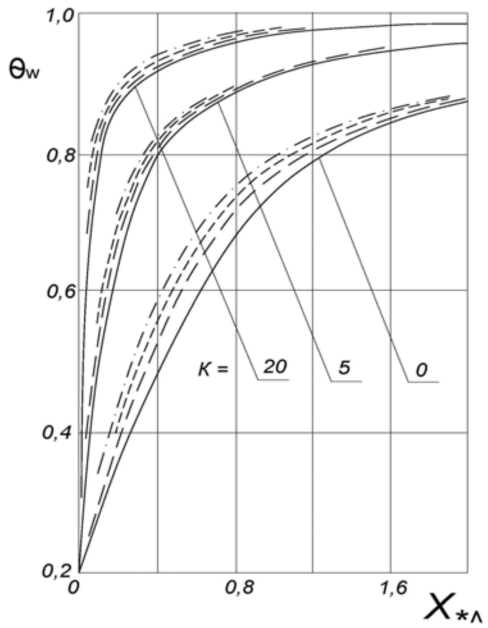

Рис.2 – Влияние градиента давления и параметра K на распределение поверхностных температур θ_w при радиационно – конвективном нагреве

———— m = 0 — — — — — m = 2/3

—— —— m = 1/3 —·—·— m = 1

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что учет совместного действия радиации и конвекции должен производиться вплоть до значений $K = 20$. При $K > 20$ нелинейную задачу о лучисто конвективном нагреве потока жидкости следует рассматривать как линейную задачу о чисто конвективном нагреве. При этом температуры θ_w, найденные при $K = \infty$ и $K = 20$, будут различаться между собой не более 2 – 3 %. Следовательно, расчет процессов теплопередачи, когда $K > 20$, можно производить по формулам чисто конвективного нагрева [10] .

Анализ полученных результатов тоже показывает, что наличие продольного градиента давления в пограничном слое оказывает заметное влияние на распределение искомых температур $\theta_w = \theta_w(X_{*\Lambda})$.

Для иллюстрации на рис.2 представлены кривые θ_w, вычисленные при $m = 0,\ 1/3,\ 2/3,\ 1$. Если $m = 0$, то в этом случае скорость $U_\infty = const$, что соответствует задаче об обтекании плоской пластины в продольном направлении. При $m = 1$ жидкость набегает из бесконечности на пластину, подставленную перпендикулярно течению. Распределение скоростей на внешней границе пограничного слоя принимает вид $U_\infty = Ax$.

Как видно из графика, увеличение скорости набегающего потока (рост числа m) интенсифицирует процесс теплоотдачи в пограничном слое. При этом максимальные различия в величинах θ_w, вычисленных при $m = 0$ и $m = 1$, отвечают случаю $K = 0$. С ростом параметра K это различие уменьшается, и в области $K > 20$ стремится к нулю.

В заключение отметим, что данные теоретические выводы остаются справедливыми и для других значений температуры набегающего потока θ_∞.

Ниже рассматриваются некоторые сопряженные задачи теплообмена при наличии излучения. Задачи такого рода имеют большое практическое приложение.

Основной областью технического применения результатов, полученных в настоящей статье, является расчет и проектирование теплообменников. Поэтому в дальнейшем будет рассмотрен процесс когда перенос тепла осуществляется через “термически толстые” стенки от высокотемпературной газовой среды к пограничному слою охлаждающей жидкости. Анализ теплообмена проводится в предположении постоянства физических свойств жидкости (поле скоростей не зависит от поля температур). Предполагается, что пограничный слой ламинарный, и изменение скорости на внешней границе пограничного слоя подчиняется степенному закону (градиентное течение).

Эффективным средством расчета подобных сопряженных задач теплообмена при наличии излучения является метод, представленный в [1]. Как будет показано ниже, распространение этого метода к решению таких задач позволит не только успешно преодолеть трудности, обусловленные нелинейностью краевых условий, но и использовать для нахождения температурных распределений полученные ранее зависимости.

С практической точки зрения большой интерес представляет изучение процесса теплопередачи излучением и конвекцией через стенку к пограничному слою охлаждающей жидкости. Задачи такого типа довольно часто встречаются в технике. Например, тепловой расчет поверхностных температур необходим при проектировании тепловой защиты различных поверхностей, находящихся вблизи высокотемпературных газовых потоков. Ниже исследуются процессы переноса, когда тепло к пограничному слою охлаждающей жидкости от греющей среды передается через стенку с коэффициентом теплопроводности λ_w и толщиной δ (рис. 1).

Для вывода соотношений, описывающих теплообмен на границах “газовая среда – стенка”, “стенка – жидкость”, рассмотрим процесс теплопередачи к пограничному слою.

При стационарном режиме плотности тепловых потоков к наружной поверхности за счет излучения и конвекции, через стенку путем теплопроводности и к пограничному слою одинаковы. В этом случае

$$\varepsilon\sigma_0 T_c^3\left(1-\vartheta_w^4\right)+\alpha\left(1-\vartheta_w\right)=\frac{\lambda_w}{\delta}\left(\vartheta_w-\theta_w\right),$$

$$\frac{\lambda_w}{\delta}\left(\vartheta_w-\theta_w\right)=-\lambda\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)_{y=0}$$

и, следовательно,

$$Sk_\delta\left[K\left(1-\vartheta_w\right)+1-\vartheta_w^4\right]-\vartheta_w+\theta_w=0,$$

$$Sk_\delta=\varepsilon\sigma_0 T_c^3\ \ \delta/\lambda_w,\ \ K=\alpha/\varepsilon\sigma_0 T_c^3. \qquad (15)$$

Здесь θ_w и ϑ_w - безразмерные температуры стенки соответственно со стороны пограничного слоя и греющей среды. Масштабом отнесения служит температура греющей среды T_c.

Математическое описание изучаемого процесса теплообмена включает:

уравнение энергии (5)

$$U\frac{\partial\theta}{\partial x}+V\frac{\partial\theta}{\partial y}=a\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2},$$

нелинейное краевое условие

$$-\lambda\frac{\partial\theta}{\partial y}=\varepsilon\sigma_0T_c^3\left\{K\left[1-\vartheta_w(\theta_w)\right]+1-\left[\vartheta_w(\theta_w)\right]^4\right\},\quad y=0, \tag{16}$$

условие на бесконечности (7)

$$\theta=\theta_\infty,\quad y\to\infty.$$

и функциональную связь $\vartheta_w=\vartheta_w(\theta_w)$, определяемую соотношением (15).

Для линеаризации нелинейного краевого условия (16) используется преобразование

$$\begin{gathered}W(x,y)=\exp\left\{-p\int_0^\theta\frac{d\theta}{K\left[1-\vartheta_w(\theta)\right]+1-\left[\vartheta_w(\theta)\right]^4}\right\}=\\=\exp\left\{-p\int_{\vartheta_w(0)}^{\vartheta_w(\theta)}\frac{1+Sk_\delta\left[4\vartheta_w^3(\theta)+K\right]}{K\left[1-\vartheta_w(\theta)\right]+1-\left[\vartheta_w(\theta)\right]^4}d\vartheta_w(\theta)\right\}.\end{gathered} \tag{17}$$

Минимизация нелинейного комплекса

$$\begin{gathered}\varphi(x,y)=pW\left\{\frac{d\theta/\partial y}{K\left[1-\vartheta_w(\theta)\right]+1-\left[\vartheta_w(\theta)\right]^4}\right\}^2\times\\\times\left\{\frac{4\left[\vartheta_w(\theta)\right]^3+K}{Sk_\delta\left[4\left[\vartheta_w(\theta)\right]^3+K\right]+1}-p\right\}\end{gathered} \tag{18}$$

приводит преобразованную задачу для W к известной линейной задаче конвективного охлаждения в среде нулевой температуры. Минимизация достигается здесь разбиением всей области изменения искомой температуры θ на N интервалов и выполнением условия

$$P_i = \left\{ \frac{4[\vartheta_w(\theta_i)]^3 + K}{Sk_\delta \left[4[\vartheta_w(\theta_i)]^3 + K\right] + 1} \right\}. \qquad (19)$$

Объединяя теперь решение линейной задачи для W и преобразование (17), найдем искомые температуры со стороны пограничного слоя θ_w. Соответствующие этим величинам значения поверхностных температур со стороны греющей среды ϑ_w определяются из соотношения (15).

Исследование влияние режимных параметров задачи на развитие процесса теплообмена проводилось для случая градиентного течения $U_\infty = Ax^m$ и включало следующие варианты

$\theta_\infty = 0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}3;\ 0{,}5;\ 0{,}8;$

$m = 0;\ 1/3;\ 2/3;\ 1;$

$Sk_\delta = 0;\ 0{,}4;\ 1;\ 2;\ 5;\ 20;\ 50;$

$K = 0;\ 1;\ 5;\ 20;\ 100.$

Расчет величин $\theta_w = \theta_w(X_{*\Lambda}),\ \vartheta_w = \vartheta_w(X_{*\Lambda})$ выполняется на ЭВМ при $N = 100$.

В качестве примера на рис.3 – 5 показаны характерные распределения температур θ_w и ϑ_w, вычисленные при $\theta_\infty = 0{,}2;$ $m = 0,\ 1/3,\ 2/3,\ 1;$ $K = 0,\ 5,\ 20;$ $Sk_\delta = 0,\ 0{,}4,\ 1,\ 2,\ 5.$ Абсцисса графиков – обобщенная координата $X_{*\Lambda}$, ордината – безразмерные температуры θ_w и ϑ_w.

Анализ температурных распределений позволил установить следующее. Случай $Sk_\delta = 0$ относится к термически тонкой стенке, когда $\theta_w = \vartheta_w$ (такая задача исследована ранее). Эта линия делит график на две области. Верхняя соответствует распределению температур на поверхности пластины со стороны греющей среды ϑ_w, нижняя – со стороны пограничного слоя θ_w. С ростом Sk_δ перепад температур по сечению пластины ($\vartheta_w - \theta_w$) увеличивается. При этом наибольшая разность $(\vartheta_w - \theta_w)_{\max}$ имеет место на

передней кромке ($X_{*\Lambda} = 0$) и определяется соотношением $(\vartheta_w - \theta_w)_{\max} = $
$= \vartheta_w - \theta_\infty = Sk_\delta \{K[1 - \vartheta_w(\theta_\infty)] + 1 - [\vartheta_w(\theta_\infty)]^4\}$.

С ростом обобщенной координаты $X_{*\Lambda}$ разность $\vartheta_w - \theta_w$ убывает и величины θ_w и ϑ_w асимптотически стремятся к своему предельному значению $\theta_w \to \vartheta_w \to 1$.

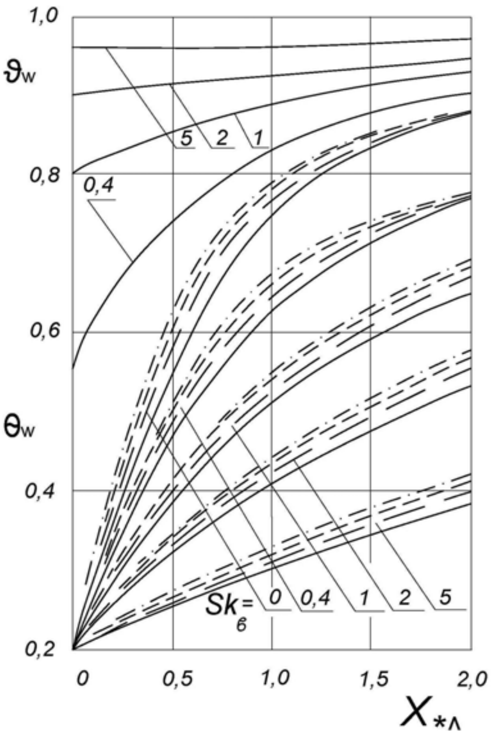

Рис.3 - Влияние градиента давления и числа Sk_δ на распределение поверхностных температур. $K = 0$

——————— m = 0 — — — — — m = 2/3

——— ——— m = 1/3 ——·——·—— m = 1

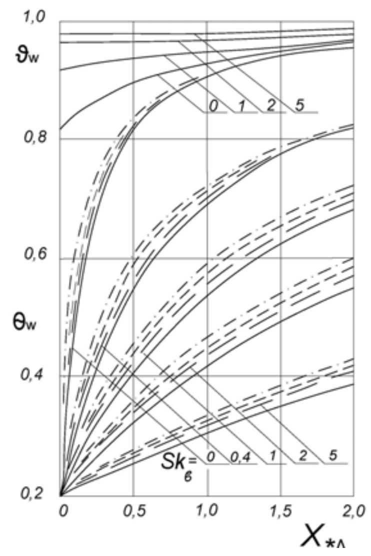

Рис.4 - Влияние градиента давления и числа Sk_{δ} на распределение поверхностных температур. $K = 5$

———— m = 0 – – – – – m = 2/3

—— —— m = 1/3 —·—·— m = 1

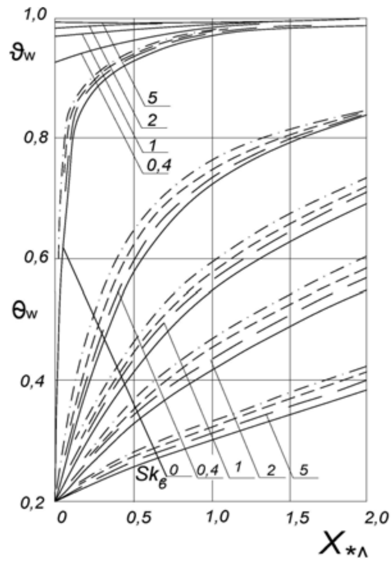

Рис.5 - Влияние градиента давления и числа Sk_{δ} на распределение поверхностных температур. $K = 20$

———— m = 0 – – – – – m = 2/3

—— —— m = 1/3 —·—·— m = 1

Анализируя графики рис. 3 -5, можно также отметить, что увеличение параметра K, при прочих равных условиях, приводит к повышению перепада температур ($\vartheta_w - \theta_w$) по сечению пластины. Наиболее сильно это влияние сказывается в области небольших чисел $Sk_\delta (Sk_\delta \leq 1)$. С ростом Sk_δ влияние параметра K на развитие процесса теплообмена ослабевает.

Что касается влияния градиента давления (показателя m) на распределение поверхностных температур со стороны пограничного слоя θ_w, то здесь остаются справедливыми выводы, изложенные ранее для случая термически тонкой стенки. Со стороны же греющей среды температурные кривые ϑ_w при разных m практически сливаются.

В заключении отметим, что общие закономерности влияния основных параметров теплового процесса m, Sk_δ, K на распределение поверхностных температур ϑ_w и θ_w остаются справедливыми и при других значениях безразмерной температуры набегающего потока θ_∞.

Литература

1. Иванов В.В., Карасева Л.В., Тихомиров С.А., Пономаренко А.С. Теплообмен в пограничных слоях на излучающих поверхностях // Инженерный вестник Дона, 2017, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4188/.

2. Sparrow E.M., Lin S.H. Boundary layers with prescribed heat flux application to simultaneous and radiation // International J. Heat Mass Transfer. 1965, v.202, №1070. pp. 437–448

3. Cess R.D. The effect of radiation upon forced-convection heat transfer // Appl. Scient. Res. A. 1961. v.10. №6. pp. 430 – 438.

4. Иванов В.В., Дунин И.Л., Медведев Г.Г. Расчет пограничного слоя прозрачного газа на излучающей поверхности // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1972. № 1. С. 107 – 110.

5. Дунин И.Л., Иванов В.В. Сопряженная задача теплообмена с учетом излучения поверхности // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. №4. С. 187 – 190.

6. Иванов В.В., Карасева Л.В. Сопряженный теплообмен в пластине с излучающими наружными поверхностями // Изв. вузов. Сев-Кавк. Регион. Техн. Науки. 2015. № 1. С. 65 – 68.

7. Смирнов Р.В., Бахвалов Ю.А. Математическое моделирование теплообменных процессов в энергосберегающих гелиоустановках // Инженерный вестник Дона, 2013, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1782/.

8. Романова М.И., Шерстюков В.В. Энергоэффективный метод использования излишек тепла солнечного коллектора // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1440/.

9. Иванов В.В. Исследование процессов переноса при нелинейных граничных условиях // Теплофизика высоких температур. 1973. Т. XI. № 1. С. 128 – 132.

10. Chambre P.L., Acrivos A. On chemical surface reactions in laminar boundary layer flows. J.Appl. Phys., 1956, v.27, № 11. pp. 1322 – 1328.

References

1. Ivanov V.V., Karaseva L.V., Tikhomirov S.A., Ponomarenko A.S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4188/.

2. Sparrow E.M., Lin S.H. International J. Heat Mass Transfer. 1965, v.202, №1070. pp. 437 – 448.

3. Cess R.D. Appl. Scient. Res. A. 1961. v.10. №6. pp. 430 – 438.

4. Ivanov V.V., Dunin I.L., Medvedev G.G. Izvestiya AN SSSR. Mehanika zhidkosti I gaza, 1972, no. 1, pp. 107-110.

5. Ivanov V.V., Dunin I.L. Izvestiya AN SSSR. Mehanika zhidkosti I gaza, 1972, vol. X, no.4, pp. 1124 – 1126.

6. Ivanov V.V., Karaseva L.V. Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskij region. Tehnicheskie nauki, 2013, no. 6, pp.148-152.

7. Smirnov R.V.,Bakhvalov Y.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1782/.

8. Romanova M.I., Sherstyukov V.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1440/.

9. Ivanov V.V. Teplofizika vysokih temperatur, 1973, vol. XI, no 1, pp.128-132.

10. ChambreP.L., Acrivos A. J.Appl. Phys., 1956, v.27, № 11. pp. 1322 – 1328.