Моделирование административной коррупции в СОЧИ-модели с учетом затрат на контроль агентов

Н. В. Ткаченко, О. И. Горбанева

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: Статья посвящена исследованию административной коррупции в СОЧИ-модели с учетом затрат на контроль агентов. В качестве предмета исследования рассматривались математические СОЧИ-модели иерархичной структуры типа «Принципал-Агент» и «Супервайзер-Агент». Административный механизм управления был исследован для случая, когда принципал устанавливает ограничение снизу.
Ключевые слова: СОЧИ-модели, коррупция, распределение ресурсов, иерархические системы, системы управления, идея Гермейера-Вателя, частные и общие интересы, принципал, агент, центр, административный механизм.

Введение

В силу того, что ресурсы ограничены, между участниками любой социально-экономической системы (агентами) возникает задача распределения ресурсов [1] наилучшим (для каждого члена процесса) и оптимальным образом. Учитывая общественные и частные интересы всех участников системы, можно их максимизировать при минимизации потерь.

В качестве предмета исследования рассматриваются математические СОЧИ-модели иерархичной [2] структуры типа «Принципал-Агент» и «Супервайзер-Агент». В моделях данного типа агентом является субъект, распределяющий ресурсы на частные и общие цели. Применяя административный механизм воздействия на агентов [3-4], центр представляет общественные интересы всей системы и имеет возможность устанавливать ограничения на количество вложенных агентами ресурсов на общие цели. Супервайзер же, в свою очередь действующий в собственных интересах, может ослабить эти наложенные ограничения, продиктованные центром, в обмен на взятку.

Формализация административной СОЧИ-модели

В данной статье целевые функции СОЧИ-модели рассматриваются, как распределение ресурсов между целевым и нецелевым использованием [5-6]. В основе описанной модели лежит идея Гермейера-Вателя [7-9].

Тогда СОЧИ-модель в нормальной форме имеет вид:

$$g_i(u_1, \dots, u_n) = p_i(r_i - u_i) + s_i c(u_1 + \dots + u_n) \rightarrow max \tag{1}$$

$$0 \le u_i \le r_i, r_i \ge 0, s_i \ge 0, \qquad \sum_{j=1}^{n} s_j = \begin{cases} 1, \exists i: s_i > 0, i = 1, \dots, n \\ 0, \forall i: s_i = 0, i = 1, \dots, n \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $M = \{1, \dots, n\}$ – конечное множество активных агентов; $U_i = [0, r_i]$ – множество допустимых стратегий i-го игрока; r_i – количество ресурсов, которые имеет i-ый агент; u_i – ресурсы, которые агент выделил на общественные цели, то есть его стратегия, $u_i \in U_i$; $g_i(u_1, \dots, u_n)$ – функция выигрыша i-го игрока, $g_i: U \rightarrow R, U = U_1 \times \dots \times U_n$; $p_i(r_i - u_i)$ – функция частных интересов i-го игрока, где $r_i - u_i$ – часть ресурсов, оставленная агентом на частные интересы; $c(u_1 + \dots + u_n)$ – функция общественного дохода; s_i – доля общественного дохода, которая была выделена участнику i; $s_i c(u_1 + \dots + u_n)$ – выигрыш i-го игрока от общественных целей.

Далее введем функцию общественного благосостояния, функцию верхнего уровня – принципала, которая содержит всего общества, компании, всей системы в виде суммы целевых функций всех агентов:

$$g(u_1, \dots, u_n) = \sum_{j=1}^{n} g_j(u_1, \dots, u_n) = \sum_{j=1}^{n} p_j(r_j - u_j) + c(u_1, \dots, u_n) \tag{3}$$

Будем считать, что цель принципала – это максимизация функции общественного благосостояния (3), и для ее достижения он может применить административный механизм. В исследовании рассматривается модель, где принципал назначает только нижнюю границу, т. е. количество ресурсов, меньше которого агент не может потратить на общие цели. Тогда рассмотрим модель:

$$g_i(q_i, u) = p_i(r_i - u_i) + s_i c(u) \to max, q_i \le u_i \le r_i, s_i \in [0; 1]; \tag{4}$$

$$g_0(q, u) = \sum_{j \in M} p_j(r_j - u_j) + c(u) - C(q) \to max, 0 \le q_i \le r_i, i \in M, \tag{5}$$

где C(q) – непрерывно дифференцируемая и выпуклая функция затрат ведущего на принуждение.

Чтобы проанализировать административную коррупцию [10], будем рассматривать СОЧИ-модель следующего вида:

$$g_s(\varepsilon, b, u) = rc(u) + \sum_{j=1}^{n} b_j p_j(r_j - u_j) \to max, \qquad 0 \le \varepsilon_i \le q_i \tag{6}$$

$$g_i\ (\varepsilon_i, b_i, u) = (1 - b_i)p_i(r_i - u_i) + s_i c(u) \to max,$$
$$0 \le b_i \le 1, q_i - \varepsilon_i \le u_i \le r_i, i \in M \tag{7}$$

Если интерпретировать модель (6) - (7), то можем увидеть, что административная коррупция связана с частными интересами агентов. Функция частного интереса $p_i(r_i - u_i)$ возрастает по $(r_i - u_i)$, но заметим, что центр задает ограничение на u_i величиной q_i. Из этого видно, что доля дохода агента $b_j p_j(r_j - u_j)$ выделяется супервайзеру взамен ослабления ограничения на ε_i.

Исследование случая административных механизмов управления с учетом функции затрат

Рассмотрим случай, когда функция затрат является гиперболической, а функции дохода общей и частной деятельности – линейные.

$$g_i(q_i, u) = p_i(r_i - u_i) + s_i c \sum_{i=1}^{n} u_i \to max, q_i \le u_i \le r_i, s_i \in [0,1];$$

$$g_0(q, u) = \sum_{j \in M} p_j(r_j - u_j) + c \sum_{i=1}^{n} u_i - \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i q_i}{r_i - q_i} \to max, 0 \le q_i \le r_i, i \in M.$$

Оптимальная стратегия агента найдена:

$u_i^* = \begin{cases} r_i, s_i c > p_i, \\ q_i, s_i c < p_i. \end{cases}$ Далее найдем оптимальную стратегию Центра. Разобьем множество агентов на 2 класса: класс индивидуалистов $I = \{i | u_i = q_i\}$ и $C = \{i | u_i = r_i\}$ - класс коллективистов. Тогда получаем следующий вид функции принципала:

$$g_0(q, u) = \sum_{j \in M} p_j(r_j - q_j) + c \sum_{i \in I} q_i + c \sum_{i \in C} r_i - \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i q_i}{r_i - q_i} \to max,$$

$$0 \le q_i \le r_i, i \in M$$

Так как доход принципала не зависит от величины q_i агентов-коллективистов, то в этом случае принуждение не нужно, следовательно $q_i = 0$. Если агенты – индивидуалисты, то тогда $q_i = \begin{cases} r_i - \sqrt{\frac{\alpha_i r_i}{c - p_i}}, p_i \le c - \frac{\alpha_i}{r_i}, \\ 0, c - \alpha_i \le p_i \end{cases}$

тогда учитывая условие $q_i \le u_i \le r_i$, получаем

$$u_i^* = \begin{cases} r_i, s_i c > p_i \\ r_i - \sqrt{\dfrac{\alpha_i r_i}{c - p_i}}, p_i \le c - \dfrac{\alpha_i}{r_i}, s_i c < p_i \\ 0, c - \alpha_i \le p_i, s_i c < p_i \end{cases}$$

Исследование случая административной коррупции

Для исследования административной коррупции будем использовать дескриптивный подход, где величина ε_i, на которую агент может ослабить ограничение, известна и задается супервайзером. Значения ограничения от принципала будем считать найденными из случая административных СОЧИ-моделей.

Рассмотрим случай, когда функции дохода общей и частной деятельности – линейные, и значение послабления $\varepsilon_i(b_i) = q_i b_i^k, k < 1$.

$$g_s(\varepsilon, b, u) = rc \sum_{i \in M} u_i + \sum_{j=1}^{n} b_j p_j (r_j - u_j) \to max, 0 \le \varepsilon_i \le q_i,$$

$$g_i(\varepsilon_i, b_i, u) = (1 - b_i) p_i (r_i - u_i) + s_i c \sum_{i=1}^{n} u_i \to max,$$

$$q_i(1 - b_i^k) \le u_i \le r_i, 0 \le b_i \le 1, i \in M$$

Условие первого порядка для функции агента показывает, что стратегия для агента выбирается на концах отрезка, тогда получаем:

$$u_i = \begin{cases} r_i, & s_i c > p_i(1 - b_i), \\ q_i(1 - b_i), & s_i c < p_i(1 - b_i), \end{cases} i \in M.$$

- Пусть

$u_i = r_i \implies g_i = (1 - b_i) p_i \cdot 0 + s_i c \sum_{i=1}^{n} r_i = s_i c \sum_{i=1}^{n} r_i \to max \implies$ b_i – любое ($b_i = 0$).

- Пусть $u_i = q_i\left(1 - b_i^k\right) \Rightarrow$
$g_i = (1 - b_i)p_i\left(r_i - q_i\left(1 - b_i^k\right)\right) + s_i c \sum_{i=1}^{n} q_i\left(1 - b_i^k\right) \to max.$

  Далее решение находится с помощью численных методов или имитационного моделирования.

Заключение

Для того, чтобы исключить административную коррупцию, необходимо поднять производство общественных благ или увеличить долю общественного дохода в целевой функции супервайзера. Эти действия могут поспособствовать усилению вовлеченности супервайзера во весь процесс и уменьшить его интерес к получению взятки.

Коррумпированным участником системы является супервайзер. Процесс получения взятки во время распределения ресурсов между агентами для него манипуляционный. Этот процесс выгоден до тех пор, пока не найдется хотя бы один агент, который откажется участвовать в нем.

Литература

1. Бондарик В.Н., Коргин Н.А., Механизмы распределения ресурсов на основе score неманипулируемых симметричных анонимных процедур голосования с делегированием // Проблемы управления, 2012, 5, С. 26–32.
2. Бурков В.Н., Опойцев В.И. Метаигровой подход к управлению иерархическими системами // Автоматика и телемеханика, 1974, 1, С. 93–114.
3. Коргин Н.А. Представление механизма последовательного распределения ресурсов как неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Управление большими системами, 2012, 36, С. 186–208.
4. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. – М.: Наука, 1989. 246 с.

5. Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A. A problem of purpose resource use in two-level control systems // Contributions to game theory and management. SPb.: Sankt-Petersburg State University, 2014. pp. 81-92.

6. Горбанева О.И. Сравнительная характеристика различных видов игровых постановок задачи целевого и нецелевого использования ресурсов // Инженерный вестник Дона, 2015, №2. URL: ivdon.ru/en/magazine/archive/n2p2y2015/3034

7. Germeier, Y. and I.A. Vatel, 1976. Equilibrium situations in games with a hierarchical structure of the vector of criteria. Lecture Notes in Computer Science, 27: pp. 460-465.

8. Ватель И.А. Ядро в игре многих лиц с личными и общественными критериями // Автоматика и телемеханика, 1980, № 1, с. 91–96.

9. Гермейер Ю.Б., Моисеев Н.Н. О некоторых задачах теории иерархических систем управления // Проблемы прикладной математики и механики. - М., 1971, С. 30- 43.

10. Розин М.Д., Сущий С.Я., Угольницкий Г.А., Антоненко А.В. Дескриптивный подход к моделированию коррупции как фактора социальной конфликтности // Инженерный вестник Дона, 2011, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/561

References

1. Bondarik V.N., Korgin N.A. Problemy` upravleniya, 2012, 5, pp. 26–32.

2. Burkov V.N., Opoitsev V.I. Avtomatizatsiya i telemekhanika. 1974. №35(1). pp. 93-114.

3. Korgin N.A. Upravlenie bol`shimi sistemami, 2012, № 36, pp. 186–208.

4. Burkov V.N., Danev B., Enaleev A.K. and other Bol`shie sistemy`: modelirovanie organizacionny`x mexanizmov [Large Systems: Modeling Organizational Mechanisms] M.: Nauka, 1989. 246 p.

5. Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A. Contributions to game theory and management. SPb.: Sankt-Petersburg State University, 2014. pp. 81-92.

6. Gorbaneva O.I. Inzhenernyj vestnik Dona, 2015, №2. URL: ivdon.ru/en/magazine/archive/n2p2y2015/3034

7. Germeier, Y. And Vatel I.A., 1976. Equilibrium situations in games with a hierarchical structure of the vector of criteria. Lecture Notes in Computer Science, 27: pp. 460-465.

8. Vatel I.A. Avtomatika i telemexanika, 1980, № 1, pp. 91–96.

9. Germeier Iu.B., Moiseev N.N. Problemy` prikladnoj matematiki i mexaniki. M., 1971, pp. 30-43.

10. Rozin M.D., Sushchii S.Ia., Ugolnitskii G.A., Antonenko A.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2011, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/561