

Использование углов Эйлера в инерциальных навигационных системах

А.С. Буданов, В.А. Егунов

Волгоградский государственный технический университет

Аннотация: В данной статье рассматриваются особенности использования углов Эйлера в процессе определения положения объекта в пространстве. Излагаемый здесь материал поможет детально изучить применение углов Эйлера при работе с датчиками инерциальной навигации и облегчить понимание построения систем с применением таких устройств. В наши дни подобные встраиваемые автоматизированные системы применяются в самых разнообразных областях: в авиамоделировании, в медицине, военной технике, сельском хозяйстве, масштаб их использования растёт с каждым годом. Устройства, отслеживающие положение тела в пространстве, находят широкое применение в таких системах, как дроны, мобильные роботы, дистанционно управляемые манипуляторы. Данные устройства позволяют значительно снизить необходимость участия человека в тяжелой и опасной работе.

Ключевые слова: углы Эйлера, акселерометр, гироскоп, магнитометр, ориентация объекта, датчики инерциальной навигации, рысканье, тангаж, крен

Введение. Для решения задачи стабилизации объекта в пространстве необходимо определить положение этого объекта относительно горизонта. Стабилизация важна как для летательного аппарата, так и для балансирующего робота. Она позволяет машине всегда оставаться в нужном положении, несмотря на силы, действующие на нее извне. Решить данную задачу возможно с использованием инерциальной системы навигации.

Инерциальная навигация – это самостоятельная, автономно работающая, система, в которой измерения обеспечиваются посредством гироскопов и акселерометров, для определения положения и последующей ориентации тела относительно начальной точки. Датчики определения ориентации и курса предоставляют две основных возможности получения информации: с использованием углов Эйлера и кватернионов [1,2]. Если анализировать использование углов Эйлера, то они интуитивно понятны и просты для анализа, но имеют большой недостаток, ограничивающий сферу применения данного метода, “Gimbal Lock” или складывание рамок [3,4]. С другой стороны в системах, которые не подразумевают использование

датчика в состоянии близком к углу в девяносто градусов, использование углов Эйлера может быть простым и удобным решением.

Углы Эйлера помогают представить ориентацию исследуемого объекта при помощи комбинации трёх вращений вокруг соответствующих осей.

Инерциальная система отсчёта, рысканье, тангаж, крен.

Инерциальная система отсчёта – это система отсчёта с осями, жёстко зафиксированными по отношению к земле, для создания неподвижного ориентира [5]. Большинство датчиков применяют общую систему координат, в которой ось x показывает на север, ось y показывает на восток, а ось z указывает вниз, как показано на Рис.1. Такие системы отсчёта называются Nord-East-Down (NED).

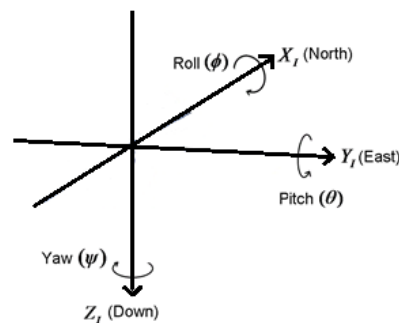


Рис. 1 – Инерциальная система отсчёта

В данных системах важна последовательность поворотов вокруг осей. Сначала выполняется поворот вокруг оси z (рысканье), затем вокруг y (тангаж), и наконец, поворот вокруг x (крен).

Поворот рысканья формирует новую систему координат. Получается, что ось z остаётся совмещённой с инерциальной осью, а x и y поворачиваются на задаваемый угол ψ . Обозначим новую систему отсчёта СО-1, как показано на Рис. 2.

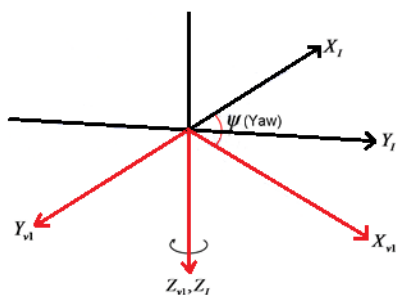


Рис.2 – Поворот вокруг оси z

На Рис. 2, оси, относящиеся к СО-1 обозначены красным цветом, относящиеся к инерциальной - чёрным. Переход от инерциальной системы отсчета к СО-1 может быть описан с помощью умножения вектора на матрицу поворота.

$$R_I^{v1}(\psi) = \begin{vmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (1)$$

Обработка тангажа - это, в свою очередь, вращение вокруг оси y, уже полученной на предыдущем шаге СО-1, на заданный угол θ , как показано на Рис. 3.

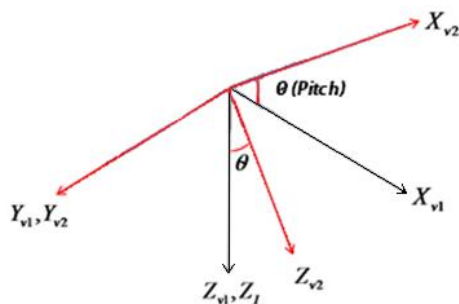


Рис. 3 – Поворот вокруг оси y

На рисунке, представленном выше, оси СО-1 указаны чёрным, а оси СО-2 - красным. Матрица поворота для этого случая выглядит следующим образом:

$$R_{v1}^{v2}(\psi) = \begin{vmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{vmatrix} \quad (2)$$

Матрица поворота для описания перемещения от инерциальной системы отсчёта к СО-2 получается путём умножения матрицы рыскания на матрицу тангажа:

$$R_I^{v2}(\theta, \psi) = R_{v1}^{v2}(\theta) * R_I^{v1}(\psi) \quad (3)$$

На большинстве беспилотных управляемых устройств, в том числе дронах и в авиамоделировании, ось x обычно указывает на нос, ось y на правую сторону, а ось z на нижнюю часть.

Значение крена описывается вращением на угол ϕ вокруг СО-2 по оси x , как показано на Рис. 4. На изображении оси СО-2 обозначены чёрным цветом, а оси крена – красным.

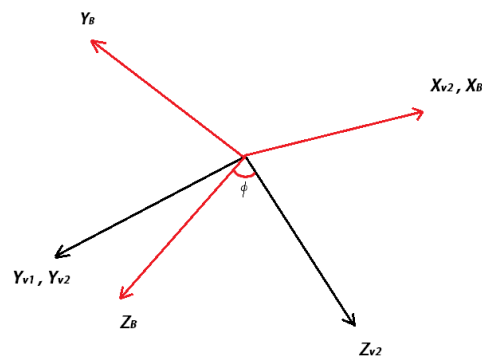


Рис. 4 – Поворот вокруг оси x

Матрица поворота для описания перемещения объекта от СО-2 к системе отсчёта крена задаются следующим образом:

$$R_{v2}^B(\phi) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{vmatrix} \quad (4)$$

Конечное описание матрицы поворота для перехода от инерциальной системы отсчета к итоговой системе определяется следующей формулой:

$$R_I^B(\phi, \theta, \psi) = R_{v2}^B(\phi) * R_{v1}^{v2}(\theta) * R_I^{v1}(\psi) \quad (5)$$

Полный процесс перехода от инерциальной системы отсчёта к итоговой описывается следующим образом, где c – это \cos , а s – это \sin :

$$R_I^B(\phi, \theta, \psi) = \begin{vmatrix} c(\psi)c(\theta) & c(\theta)s(\psi) & -s(\theta) \\ c(\psi)s(\phi)s(\theta) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)c(\psi) + s(\phi)s(\psi)s(\theta) & c(\theta)s(\phi) \\ s(\phi)s(\psi) + c(\phi)c(\psi)s(\theta) & c(\phi)s(\psi)s(\theta) - c(\psi)s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{vmatrix} \quad (6)$$

Применение углов Эйлера при снятии показаний с датчика. При определении ориентации объекта устройства инерциальной навигационной системы (акселерометры, гироскопы, и магнитометры), как правило, выровнены с корпусом датчика. К примеру, необходимо взять данные с акселерометра относительно инерциальной системы, для последующего интегрирования ускорения и получения оценки значения скорости в различных направлениях. Введём символ v_B , который будет использоваться для обозначения измеренного вектора ускорения объекта, который поступил на выход датчика [6-8]. Следовательно, ускорение инерциальной системы описывается, как:

$$v_I = R_B^I(\phi, \theta, \psi) * v_B \quad (7)$$

Конвертация данных гироскопа в инерциальную систему отсчета немного сложнее. Как и в случае с акселерометром, данные гироскопа извлекаются относительно корпуса датчика. Результирующая матрица преобразований угловых скоростей относительно корпуса датчика в угловые скорости углов Эйлера задается следующей формулой:

$$D(\phi, \theta, \psi) = \begin{vmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) / \cos(\theta) & \cos(\phi) / \cos(\theta) \end{vmatrix} \quad (8)$$

Введём также переменные p , q и r , которые представляют: выходные значения гироскопа по оси x , по оси y и по оси z соответственно. С учётом введённых подстановок значение угловых скоростей вычисляются следующим образом:

$$\begin{matrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{matrix} = \begin{vmatrix} p + q\sin(\phi)\tan(\theta) + r\cos(\phi)\tan(\theta) \\ q\cos(\phi) - r\sin(\phi) \\ q\sin(\phi)/\cos(\theta) + r\cos(\phi)/\cos(\theta) \end{vmatrix} \quad (9)$$

Таким образом, в заключение можно сделать вывод, что использование углов Эйлера при работе с датчиками инерциальных навигационных систем [9-10] предоставляет несложный, интуитивно понятный, при этом надежный механизм определения положения различных объектов пространстве. Как уже было сказано выше, система навигации, основанная на вычислении углов Эйлера, подвержена эффекту «складывания рамок». Он появляется в тот момент, когда ориентация датчиков не может быть однозначно представлена с использованием рассмотренного подхода. Это фундаментальная, основная проблема метода углов Эйлера и единственным выходом из ситуации, в которой наблюдается подобный эффект, является переход к отличному от этого решению с использованием кватернионов. Однако для систем, в которых не предполагается использование датчиков в состоянии, близком к углу в 90 градусов, использование углов Эйлера является наиболее простым и удобным решением.

Литература

1. Кречотень Ф.В. Современные МЭМС-гироскопы и акселерометры // «Петербургский журнал электроники». - №1. - 2011 г. – С. 81-96.
2. Коноплев Б.Г., Лысенко И.Е., Шерова Е.В. Интегральный сенсор угловых скоростей и линейных ускорений // Инженерный вестник Дона, 2010, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/240
3. Хусаинов Н.Ш., Кравченко П.П., Салов В.В. Об исследовании бортовой интегрированной системы управления движением летательного аппарата с коррекцией координат // Инженерный вестник Дона, 2013, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1812



4. Щербань И.В., Толмачев С.А., Красников С.О.. Универсальная стохастическая модель произвольного движения наземного транспортного средства // Инженерный вестник Дона, 2013, №3. URL: www.ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1812
5. Weston, J. L. Basic Principles of Strapdown Inertial Navigation Systems [Text] / J. L. Weston // Strapdown Inertial Navigation Technology – 2nd Edition. – Radar, sonar, navigation and avionics, 2004. – Chapter 3. – P. 17-59.
6. Sukkarieh, S. Low Cost, High Integrity Aided Inertial Navigation Systems For Autonomous Land Vehicles: Ph.D. Thesis, Univ. of Sydney, 2000. – 136 p.
7. Franklin, G.F., Powell, J.D., Emami-Naeini, A. Feedback Control of Dynamic Systems (6th Edition). – Prentice Hall, 2009. – P. 840.
8. Пешехонов В.Г. Ключевые особенности современной автономной навигации // Гироскопия и навигация. – 1996. - № 1 (12). С. 48-55
9. Пешехонов, В.Г. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации: сб. ст. и докл. – СПб.: Электроприбор, 2001. – 235с.
10. Хацько Н.Е. О возможности использования инерциальных датчиков низкого и среднего класса точности в системах автоматического управления полетом летательного аппарата // Инженерный вестник Дона, 2013, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1756

References

1. Krekoten' F.V. Peterburgskiy zhurnal elektroniki. 2011. №1. pp. 79-92.
 2. Konoplev B.G., Lysenko I.E., Sherova E.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2010, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/240.
 3. Khusainov N.Sh., Kravchenko P.P., Salov V.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1812.
 4. Shcherban' I.V., Tolmachev S.A., Krasnikov S.O. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1812.
-



5. Weston, J. L. Radar, sonar, navigation and avionics. 2004. Chapter 3. pp. 17-59.
6. Sukkarieh, S. Low Cost, High Integrity Aided Inertial Navigation Systems For Autonomous Land Vehicles. Sydney: Univ. of Sydney, 2000. 136 p.
7. Franklin, G.F., Powell, J.D., Emami-Naeini, A. Feedback Control of Dynamic Systems (6th Edition). Prentice Hall, 2009. 840p.
8. Peshekhonov V.G. Giroskopiya i navigatsiya. 1996. № 1. pp. 46-52.
9. Peshekhonov, V.G. Integrirovannye inertsial'no-sputnikovye sistemy navigatsii: sb. st. i dokl. [Integrated inertial-satellite navigation systems]. Saint Petersburg: Elektropribor, 2001. 232 p.
10. Khats'ko N.E. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1756.