

Модели управления на социальных сетях в маркетинге

М.Т. Агиева

Ингушский государственный университет, Назрань

Аннотация: Рассмотрены модели влияния и управления на социальных сетях и их спецификация применительно к маркетингу. Основное внимание уделено динамическим моделям управления и их маркетинговой интерпретации.

Ключевые слова: динамические модели управления, дифференциальные игры, маркетинговые исследования, ориентированные графы, социальные сети.

Введение

Математическое моделирование процессов взаимного влияния в социальных сетях на базе цепей Маркова было начато в работах Дж. Френча [1] и Ф. Харари [2]. Наиболее известная модель принадлежит М. де Грооту [3]. Идея подхода состоит в том, что начальные мнения агентов со временем меняются под влиянием других членов социальной группы по некоторому правилу; в частности, в линейной модели все члены группы приходят к устойчивым финальным мнениям, зависящим от групповой структуры. Это направление исследований развито, например, в [4] и [5], а также распространено на другие предметные области. Так, в [6] изучаются модели "заражения", в [7] - модели распространения слухов в обществе.

Наряду с моделями влияния, еще больший интерес представляют модели управления в социальных группах с заданной структурой взаимодействия [8]. В свою очередь, здесь естественно выделять модели оптимального (единственный субъект управления) и конфликтного управления (несколько взаимодействующих субъектов, имеющих различные интересы). Математическая формализация моделей второй группы приводит к игровым постановкам на сетях [9, 10]. Теоретико-игровые модели применительно к социальному партнерству в системе образования рассмотрены в [11, 12]. Дифференциально-игровым моделям на сетях в маркетинге уделяется основное внимание в настоящей статье.

Модели влияния: анализ и прогноз

Базовая модель влияния в социальной сети представляет собой взвешенный ориентированный граф, вершины которого соответствуют членам социальной группы, а дуги описывают их взаимное влияние. Каждой вершине приписывается вещественное значение (мнение члена группы), которое может меняться со временем, а каждой дуге - вещественное число (вес), характеризующее степень влияния одного члена группы на другого (или, что то же самое, степень доверия второго к первому).

Таким образом, в модели $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ - множество базовых агентов; $x_i \rightarrow u_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ - мнение базового агента; $u^0 = (u_1^0, \dots, u_n^0)$ - вектор начальных мнений базовых агентов; a_{ij} - коэффициент влияния i -го базового агента на мнение j -го базового агента; $A = \|a_{ij}\|$ - матрица влияний (задает множество дуг социально-сетевой модели). Динамика мнений задается правилом

$$u_j(t+1) = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i(t), \quad j = 1, \dots, m; \quad \text{или в векторной форме}$$
$$u(t+1) = A^T u(t), \quad u(0) = u^0, \quad t = 0, 1, \dots, T-1. \quad (1)$$

Показано, что все члены каждой i -й сильной подгруппы (невырожденной сильной компоненты сети) приходят к единому финальному мнению, определяемому формулой

$$u_i^\infty = \sum_{k=1}^{n_i} w_k^i u_k^{i0}, \quad (2)$$

где w_i^k - компонента стационарного вектора для цепи Маркова с переходной матрицей A^T , n_i - число членов i -й сильной подгруппы. Финальные мнения остальных агентов, не входящих в сильные подгруппы ("спутников"), вычисляются как

$$u_j^\infty = \sum_{i=1}^r b_{ji} u_i^\infty, \quad (3)$$

где b_{ji} - вероятность перехода агента j в сильную подгруппу i как эргодическое множество, r - общее число сильных подгрупп.

Кроме того, для заданной сети можно вычислять различные количественные показатели: центральности, престижа и др. [8].

Модели оптимального и конфликтного управления

Наиболее интересный с точки зрения приложений вопрос возникает, когда одно или несколько лиц, принимающих решения, не устраивают финальные мнения (2)-(3). Для формализации такой ситуации базовая модель расширяется введением множества агентов воздействия $Y = \{y_1, \dots, y_m\}$, способных влиять на базовых агентов. Тогда множество вершин сети есть $X \cup Y$. Агенты воздействия могут изменять начальные мнения базовых агентов или коэффициенты их взаимодействия, соответственно

$$u^0 := u^0 + w^0;$$

$$A := A + B.$$

Обозначим $v(t) = (v_1(t), \dots, v_n(t))$ - вектор управляющих воздействий на всех базовых агентов в момент времени t , удовлетворяющий ограничениям

$$v(t) \in V. \quad (4)$$

Если ситуация рассматривается с позиции единственного агента воздействия, то возникает задача оптимального управления

$$J(v(\cdot)) = \int_0^T e^{-\rho t} g(v(t), u(t)) dt \rightarrow \max \quad (5)$$

с ограничениями (1) и (4), где g - текущая целевая функция агента воздействия, T - период рассмотрения (конечный или бесконечный), ρ -

коэффициент дисконтирования. Критерий оптимальности агента воздействия может иметь дискретную форму

$$\bar{J}(v(\cdot)) = \sum_{t=0}^T e^{-\rho t} g(v(t), u(t)) \rightarrow \max. \quad (6)$$

В более общем случае, когда агентов воздействия несколько $l=1, \dots, m$, каждый из них имеет критерий оптимальности вида (5) или (6) и выбирает стратегию $v_l(t) \in V_l$ воздействия на некоторое подмножество базовых агентов. Это порождает дифференциальную игру в нормальной форме вида

$$J_l(v(\cdot)) = \int_0^T e^{-\rho t} g_l(v(t), u(t)) dt \rightarrow \max, \quad v_l(t) \in V_l, \quad l = 1, \dots, m,$$

с динамикой состояния (1), на базе которой стандартным образом можно построить кооперативную игру [12]. В [8] приводятся некоторые частные постановки такого рода задач управления.

Если на множестве агентов воздействия задана некоторая иерархия, то возникают иерархические дифференциальные игры с наличием или отсутствием обратной связи по управлению, исследование которых представляет особый интерес.

Модели социальных сетей в маркетинге

В таблице 1 дана интерпретация элементов описанных выше моделей применительно к маркетингу.

Таблица № 1

Интерпретация элементов моделей влияния и управления на социальных сетях в маркетинге

Элемент модели	Математический смысл	Маркетинговая интерпретация
Базовый агент	Вершина сети	Сегмент целевой аудитории
Агент воздействия	Вершина сети	Участники рынка (фирмы), рекламные агентства,



		средства массовой информации и пр.
Мнение базового агента	Вещественное число, приписываемое каждой вершине, представляющей базового агента (меняется со временем)	Месячная (годовая) сумма расходов, которую агент готов платить за покупку товаров данной фирмы, или число посещений магазинов (ресторанов, гостиниц и т.д.) этой фирмы, или некая балльная оценка продуктов (услуг) фирмы
Доверие (влияние)	Наличие дуги от одной вершины к другой: начальная вершина доверяет конечной, конечная влияет на начальную	Сарафанное радио, другие информационные взаимодействия между агентами
Коэффициент доверия (влияния) одного базового агента к другому	Вещественное число, приписываемое каждой дуге сети	Количественная характеристика доверия
Финальное мнение	Предельное значение мнения, формируемое на бесконечном периоде времени	Устойчивое итоговое значение мнения по истечению длительного периода времени
Сильная подгруппа	Невырожденная сильная компонента сети	Определяет свои финальные мнения и зависящие от них мнения остальных агентов
Спутник	Подмножество вершин, представляющих вырожденные сильные компоненты	Финальные мнения полностью определяются сильными подгруппами
Воздействие на начальные мнения	Аддитивная добавка к вектору начальных мнений	Комплекс маркетинговых мероприятий
Воздействие на коэффициенты влияния	Аддитивная добавка к матрице влияний (возможны более сложные варианты)	Комплекс маркетинговых мероприятий
Цель управления	Область в пространстве состояний сети	Диапазон желаемых значений мнений

Итак, с помощью моделей влияния и управления в социальных группах можно решать следующие задачи маркетинга (таблица 2).

Таблица №2

Модели влияния и управления на сетях и задачи маркетинга

Модельные задачи	Задачи маркетинга
Анализ сети	1. Сегментация целевой аудитории, выделение сильных подгрупп, определяющих внутренние общие финальные мнения и индивидуальные финальные мнения остальных агентов как линейную комбинацию финальных мнений сильных подгрупп. 2. Расчет показателей центральности, престижа и иных характеристик целевой аудитории.
Прогноз на сети	Определение финальных мнений всех агентов при отсутствии целенаправленного воздействия на них
Оптимальное управление на сети	Выбор оптимального маркетингового воздействия на целевую аудиторию с позиций одного предпринимателя
Динамические игры на сетях	Выбор компромиссного воздействия на целевую аудиторию с учетом конкуренции и/или кооперации между предпринимателями

Заключение

Авторы [8] справедливо отмечают, что постановки задач управления на сетях сложны, и их дальнейший анализ представляется перспективным направлением исследований (с.170). На наш взгляд, особый интерес представляет построение и исследование динамических игровых моделей управления на сетях и их приложение к решению конкретных задач, в частности, в маркетинге. Постановка таких задач и их маркетинговая интерпретация приведены в настоящей работе.

Литература

1. French J.R. The Psychological Review. 1956. №63, pp.181-194.
2. Harary F. Studies in Social Power. Michigan: Institute of Sociological Research, 1959. pp.168-182.



3. De Groot M.H. Journal of American Statistical Association. 1974. №69, pp.118-121.
4. Friedkin N.E., Johnson E.C. Journal of Mathematical Sociology. 1990. №15, pp.193-205.
5. Jackson M. Social and Economic Networks. Princeton University Press, 2008. P.504.
6. Morris S. The Review of Economic Studies, 2000, 67(1), pp. 57-78.
7. Nekovee A.M., Moreno, Y., Bianconi G., Marsili M. Physica A. 2007. №374, pp.457 – 470.
8. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Издательство физико-математической литературы, 2010. 228 с.
9. Novikov D.A. Automation and Remote Control, 2014, 75(6), pp.1145-1154.
10. Roughgarden T. Selfish Routing and the Price of Anarchy. MIT Press, 2005. P.196.
11. Тарасенко Л.В., Угольницкий Г.А., Дьяченко В.К. Инженерный вестник Дона. 2013. №1. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1554.
12. Дьяченко В.К., Тарасенко Л.В., Угольницкий Г.А. Инженерный вестник Дона. 2016. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3587.

References

1. French J.R. The Psychological Review. 1956. №63, pp. 181-194.
 2. Harary F. Studies in Social Power. Michigan: Institute of Sociological Research, 1959, pp.168-182.
 3. De Groot M.H. Journal of American Statistical Association. 1974. №69, pp.118-121.
 4. Friedkin N.E., Johnson E.C. Journal of Mathematical Sociology. 1990. №15, pp.193-205.
-



5. Jackson M. Social and Economic Networks. Princeton University Press, 2008. P.504.
6. Morris S. The Review of Economic Studies, 2000, 67(1), pp. 57-78.
7. Nekovee A.M., Moreno, Y., Bianconi G., Marsili M. Physica A. 2007. №374, pp. 457 – 470.
8. Gubanov D.A., Novikov D.A., Chkhartishvili A.G. Sozialnye seti: modeli informazionnogo vliyania, upravleniya i protivoborstva. [Social Networks: Models of Informational Impact, Control, and Confrontation]. M.: Izdatelstvo fiziko-matematicheskoi literatury, 2010. 228 c.
9. Novikov D.A. Automation and Remote Control, 2014, 75(6), pp.1145-1154.
10. Roughgarden T. Selfish Routing and the Price of Anarchy. MIT Press, 2005. P.196.
11. Tarasenko L.V., Ugol'nitskii G.A., Dyachenko V.K. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2013. №1. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1554.
12. Dyachenko V.K., Tarasenko L.V., Ugol'nitskii G.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2016. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3587.