Определение доминирующего множества интуиционистского нечеткого графа

А.В. Боженюк, С.Л. Беляков, О.В. Косенко, О.М. Алехина

Южный федеральный университет, Таганрог

Аннотация: В данной работе рассмотрено понятие минимального доминирующего подмножества вершин интуиционистского нечеткого графа, и на его основе вводится понятие доминирующего множества как инварианта интуиционистского нечеткого графа общего вида. Предложен метод и алгоритм нахождения всех минимальных доминирующих подмножеств вершин интуиционистского нечеткого графа. Нахождение всех минимальных доминирующих подмножеств вершин позволяет находить доминирующее множество интуиционистского нечеткого графа. Предложенный алгоритм является обобщением алгоритма Магу для четких и нечетких графов. Рассмотрен пример нахождения доминирующего множества интуиционистского нечеткого графа.
Ключевые слова: интуиционистское нечеткое множество, степень принадлежности, степень непринадлежности, нечеткое отношение, интуиционистский нечеткий граф, интуиционистский нечеткий граф первого рода, доминирующее множество, алгоритм, дизъюнктивный член, матрица смежности.

Введение

В настоящее время наука и техника характеризуются сложными процессами и явлениями, для которых полная информация не всегда доступна. Для таких случаев разработаны математические модели различных типов систем, содержащих элементы неопределенности. Большое количество этих моделей основано на расширении обычной теории множеств, а именно, на нечетких множествах. Понятие нечетких множеств было введено Л.Заде [1] как метод представления неопределенности и нечеткости. С тех пор теория нечетких множеств стала областью исследований по различным дисциплинам.

В 1983 году К.Атанассов [2] ввел понятие интуиционистских нечетких множеств как обобщение нечетких множеств. Он добавил в определение нечеткого множества новый компонент, который определяет степень не принадлежности. Нечеткие множества дают степень принадлежности элемента в заданном множестве (где степень не принадлежности равно единице минус степень принадлежности), в то время как интуиционистские нечеткие множества дают как степень принадлежности, так и степень не принадлежности, которые более или менее независимы друг от друга. Единственное ограничение состоит в том, что сумма этих двух степеней не превышала 1. Интуиционистские нечеткие множества представляют собой нечеткие множества более высокого порядка. Их применение делает процедуру решения более сложной, но если сложностью вычислений по времени, объему вычислений или объему памяти можно пренебречь, то тогда может быть получен лучший результат.

Теория нечетких графов находит все большее число приложений для моделирования систем реального времени, где уровень информации, присущий системе, зависит от разных уровней точности. Нечеткие модели становятся полезными из-за их стремления к уменьшению различий между традиционными численными моделями, используемыми в технике и науках, и символическими моделями, используемыми в экспертных системах. Исходное определение нечеткого графа [3] было основано на нечетких отношениях Л.Заде [4]. В работе [5] был представлен нечеткий аналог нескольких базовых теоретико-графических понятий. В работах [6, 7] было определено понятие дополнения нечеткого графа и изучены некоторые операции на нечетких графах. В [8, 9] были введены понятия интуиционистских нечетких отношений и интуиционистских нечетких графов и исследованы некоторые их свойства.

В работах [10 - 12] были рассмотрены понятия доминирующего множества, регулярного независимого множества, числа доминирования доминирующих ребер в интуиционистских нечетких графах.

В данной статье вводится понятие максимального доминирующего подмножества и доминирующего множества интуиционистского нечеткого графа. Данные понятия являются обобщением максимального доминирующего подмножества четкого графа [13] и доминирующего множества нечеткого графа [14] соответственно.

Основные понятия интуиционистских нечетких множеств

Определение 1. Пусть X - непустое множество. Нечеткое множество [1, 15], на множестве X, определяется как $A=\{\langle\mu_A(x),x\rangle|x\in X\}$, где $\mu:X\rightarrow[0,1]$ - есть функция принадлежности нечеткого множества A.

Определение 2. Интуиционистское нечеткое множество на универсуме X является объектом вида [2] $A=\{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x)\rangle|x\in X\}$, где $\mu_A(x)\in[0,1]$ - называется степенью принадлежности x в A и $\nu_A(x)\in[0, 1]$ - степень непринадлежности x в A, при этом функции μ_A, и ν_A удовлетворяет следующему условию:

$(\forall x\in X)[\mu A(x) + \nu A(x) \leq 1]$.

Интуиционистское нечеткое отношение $R=(\mu_R(x,y), \nu_R(x,y))$ на множестве $X\times Y$ является интуиционистским нечетким множеством вида:

$$R = \{\langle(x,y), \mu R(x,y), \nu R(x,y)\rangle \mid (x,y)\in X\times Y\},$$

где μR: $X\times Y \rightarrow [0, 1]$ и νR: $X\times Y \rightarrow [0, 1]$.

Интуиционистское нечеткое отношение R удовлетворяет условию:

$$(\forall x,y\in \mathrm{X})[\mu_R(x,y) + \nu_R(x,y) \leq 1].$$

Определение 3. Пусть p и q – интуиционистские нечеткие переменные, имеющие вид: $p = (\mu(p), \nu(p))$ и $q = (\mu(q),\nu(q))$, где $\mu(p) + \nu(p) \leq 1$ и $\mu(q) + \nu (q) \leq 1$. Тогда операции “&” и “$\vee$” определятся как [16]:

$$p\&q = (\min(\mu(p), \mu(q)), \max(\nu(p), \nu(q))), \quad (1)$$

$$p\vee q = (\max (\mu(p), \mu(q)), \min(\nu(p), \nu(q))). \quad (2)$$

Будем считать, что $p<q$ если $\mu(p)<\mu(q)$ и $\nu(p)>\nu(q)$.

Определение 4. Нечетким графом [3] $\widetilde{G}=(V, \sigma, \mu)$ называется непустое множеством V вместе с парой функций σ: $V\rightarrow[0,1]$ и $\mu:V\times V\rightarrow[0,1]$, таких, что

$(\forall x,y\in V)[\mu(x,y)\leq\min(\sigma(x),\sigma(y)]$, где $\sigma(x)$ и $\mu(x,y)$ представляют значения функций принадлежности вершины x и ребра (x,y) в графе соответственно.

Данное определение рассматривает нечеткий граф как совокупность нечетких вершин и нечетких ребер. В работах [17, 18] была предложена другая версия нечеткого графа как совокупность четких вершин и нечетких ребер:

Определение 5. Нечеткий граф [18] есть пара $\widetilde{G}=(V, R)$, где V есть множество вершин и R есть нечеткое отношение на множестве V, в котором элементы (ребра), соединяющие вершины V, имеют функцию принадлежности $\mu_R:V\times V\rightarrow[0,1]$.

Такой нечеткий граф в работе [17] был назван нечетким графом первого рода.

Определение 6 [8,9]. Интуиционистский нечеткий граф представляет собой пару $\widetilde{G}=(A,B)$, где $A=\langle V,\mu_A,\nu_R\rangle$ - интуиционистское нечеткое множество на множестве вершин V, а $B=\langle V\times V,\mu_B,\nu_B\rangle$ - интуиционистское нечеткое отношение такое, что

$$\mu_B(xy)\leq\min(\mu_A(x),\mu_A(y)) \text{ и } \nu_B(xy)\leq\max(\nu_A(x),\nu_A(y)), \quad (3)$$

и при этом выполняется условие $(\forall x,y\in V)[0\leq\mu_B(xy)+\nu_B(xy)\leq1]$.

Необходимо отметить, что определение 5 является расширением нечеткого графа в смысле определения 3, в котором вершины и ребра графа рассматриваются не как нечеткие, а как интуиционистские множества. В случае же использования нечеткого графа в смысле определения 4, такое определение интуиционистского нечеткого графа не имеет смысла, так как в последнем случае величины $\mu_A(x)=\mu_A(y)=1$, $\nu_A(x)=\nu_A(y)=0$ и, следовательно, величина $\nu_B(xy)=0$. В связи с этим в данной работе вводится следующее определение:

Определение 7. Интуиционистским нечетким графом первого рода назовем пару $\tilde{G}=(V,U)$, где V есть четкое множество вершин графа, а $U=\langle V\times V,\mu,\nu\rangle$ - интуиционистское нечеткое отношение - множество ребер такое, что: $(\forall x,y\in V)[0\leq\mu(x,y)+\nu(x,y)\leq 1]$.

Интуиционистское доминирующее множество вершин

Пусть $\tilde{G}=(V,U)$ - интуиционистский нечеткий граф первого рода. Пусть $p(x,y)=(\mu(x,y),\nu(x,y))$ – интуиционистская нечеткая переменная, определяющая степень смежности и степень не смежности вершины y из вершины x. Пусть X есть произвольное подмножество вершин множества V. Для каждой вершины $y\in V\backslash X$, мы зададим величину:

$$p_X(y)=\underset{\forall x\in X}{\vee}\{p(x,y)\}. \tag{4}$$

Определение 8. Назовем множество X *интуиционистским доминирующим множеством вершин для графа* $\tilde{G}$ со степенью доминирования:

$$\beta(X)=\underset{\forall y\in V\backslash X}{\&}p_X(y)=\underset{\forall y\in V\backslash X}{\&}\ \underset{\forall x\in X}{\vee}\{p(x,y)\}. \tag{5}$$

В выражениях (4) и (5) операции $\&$ и $\vee$ вычисляются согласно (1) и (2). Полагая, что $(\forall y\in V)[p(y,y)=(1,0)]$, выражение (4) можно переписать в виде:

$$\beta(X)=\underset{\forall y\in V}{\&}p_X(y)=\underset{\forall y\in V}{\&}\ \underset{\forall x\in X}{\vee}\{p(x,y)\}. \tag{6}$$

Интуиционистская степень доминирования $\beta(X)=(\mu(X),\nu(X))$ означает, что во множестве X существует некоторая вершина, которая смежная любой другой вершине графа со степенью не менее $\mu(X)$ и существует некоторая вершина, которая не является смежной любой вершине графа со степенью не более величины $\nu(X)$.

Пример 1. Для интуиционистского нечеткого графа и подмножества $X=\{x_1,x_2\}$, приведенных на рисунке 1, определим значения $P_X(x_3)=(0.5,0.3)$,

$P_X(x_4,)$=(0.5,0.2), $P_X(x_5,)$=(0.6,0.2). Следовательно, степень доминирования β(X)=(0.5,0.3).

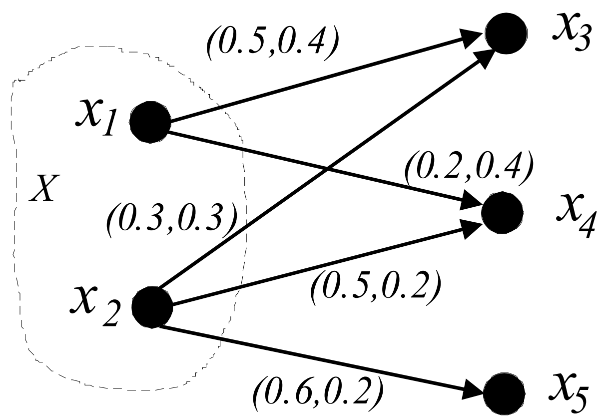

Рис. 1 – Интуиционистский нечеткий граф, $X=\{x_1,x_2\}$.

Замечание 1. В случае, если граф $\tilde{G}$ является четким графом, то величина p(x,y)=(1,0), если вершина y смежная вершине x, и p(x,y)=(0,1) в противном случае.

Замечание 2. В случае, если граф $\tilde{G}$ является четким графом, то величина $\beta(X)$=(1,0), если подмножество вершин $X\subseteq V$, является доминирующим множеством четкого графа [13] и β(X)=(0,1) в противном случае.

Определение 9. Назовем подмножество вершин $X\subseteq V$ а *минимальным интуиционистским доминирующим подмножеством* со степенью $\beta(X)$, если условие $\beta(X')<\beta(X)$ справедливо для любого подмножества $X'\subseteq X$.

Пример 2. Для графа, приведенного на рисунке 1, минимальным интуиционистским доминирующим подмножеством являются $X_1=\{x_2\}$ с $\beta(X_1)$=(0.3,0.3), и $X_2=\{x_1, x_2\}$ с $\beta(X_2)$=(0.5,0.3).

Пусть $\Upsilon_k=\{X_{k_1},X_{k_2},...,X_{k_l}\}$ - семейство всех минимальных интуиционистских доминирующих подмножеств с k вершинами и степенями доминирования $\beta_{k1},\beta_{k2},...,\beta_{kl}$, соответственно. Пусть $\beta_k^0=\beta_{k1}\vee\beta_{k2}\vee...\vee\beta_{kl}$. Значение β_k^0 означает, что существует минимальное интуиционистское доминирующее вершинное подмножество с k вершинами со степенью доминирования β_k^0 в графе $\widetilde{G}$ и нет другого подграфа с k вершинами чья степень доминирования была бы больше β_k^0.

Определение 10. Множество $\widetilde{D}=\{<\beta_1^0/1>,<\beta_2^0/2>,\ldots,<\beta_n^0/n>\}$ назовем доминирующим множеством графа $\widetilde{G}$.

Доминирующее множество является инвариантом интуиционистского нечеткого графа $\widetilde{G}$, то есть не изменяется при его структурных преобразованиях.

Пример 2. Для графа, приведенного на рисунке 1, доминирующее множество примет вид:

$$\widetilde{D}=\{<(0.3,0.3)/1>,<(0.5,0.3)/2>,<(0.5,0.3)/3>,<(0.6,0.2)/4>,<(1,0)/5>\}.$$

Замечание 3. Выше было введено понятие формально для интуиционистского нечеткого графа первого рода. Однако, учитывая неравенства (3) оно также справедливо и для интуиционистского нечеткого графа общего вида (в смысле определения 6).

Свойство 1. Для доминирующего множества справедливо выражение:

$$(0,1)\leq\beta_1^0\leq\beta_2^0\leq\ldots\leq\beta_n^0=(1,0).$$

Метод и алгоритм нахождения доминирующего множества

Мы рассмотрим метод нахождения семейства всех минимальных интуиционистских доминирующих подмножеств вершин. Данный метод аналогичен методу Магу для определения всех минимальных нечетких доминирующих множеств вершин [14] для нечетких графов.

Пусть множество X_β есть интуиционистское доминирующее множество графа $\widetilde{G}$ со степенью $\beta=(\mu_\beta,\nu_\beta)$. Тогда для произвольной вершины $x_i\in V$, справедливо одно из следующих двух условий: a) $x_i\in X_\beta$; b) если $x_i\notin X_\beta$, тогда существует вершина x_j из X_β , и при этом вершина x_j смежна вершине x_i со степенью $(\mu(x_j,x_i),\ \gamma(x_j,x_i))\geq\beta$. Другими словами справедливо выражение:

$$(\forall x_i \in V)[x_i \in X_\beta \vee (\exists x_j \in X_\beta | \mu(x_j,x_i) \geq \mu_\beta \,\&\, \nu(x_j,x_i) \leq \nu_\beta)]. \qquad (7)$$

Для каждой вершины $x_i \in V$ мы назначим Булеву переменную p_i такую, что, если $x_i \in X_\beta$ то $p_i = 1$, and 0 в противном случае. Введем интуиционистскую переменную ξ_{ji}=β=(μ_β,ν_β) для выражения $(\mu(x_j,x_i), \gamma(x_j,x_i))\geq\beta$. Переходя в выражении (7) от кванторной формы к логическим операциям, получим истинность:

$$\Phi_D = \underset{i=\overline{1,n}}{\&}(p_i \vee \underset{j=\overline{1,n}}{\vee}(p_j \& \xi_{ji})) \,.$$

Здесь, $n=|V|$. Предполагая, что $\xi_{ii} = (1{,}0)$ и считая, что выражение $p_i \vee \underset{j}{\vee} p_j \,\&\, \xi_{ji} = \underset{j}{\vee} p_j \,\&\, \xi_{ji}$ истинно для любой вершины x_j, получаем:

$$\Phi_D = \underset{i=\overline{1,n}}{\&}(\underset{j=\overline{1,n}}{\vee}(p_j \& \xi_{ji})) \,. \qquad (8)$$

Ооткроем скобки в выражении (8) и сократим подобные члены, следуя правилам

$$a \vee a \,\&\, b = a;\;\; a \,\&\, b \vee a \,\&\, \overline{b} = a; \xi_1 \,\&\, a \vee \xi_2 \,\&\, a \,\&\, b = \xi_1 \,\&\, a \text{ if } \;\xi_1 \geq \xi_2. \quad (9)$$

Здесь, $a,b\in\{0,1\}$ и $\xi_1,\xi_2\in$[(0,1), (1,0)].

Тогда выражение (8) можно представить как:

$$\Phi_D = \underset{i=\overline{1,l}}{\vee}(p_{1_i} \,\&\, p_{2_i} \,\&\, \ldots \,\&\, p_{k_i} \,\&\, \beta_i) \,. \qquad (10)$$

Можно доказать следующее свойство:

Свойство 2. Каждый дизъюнктивный член в выражении (8) дает минимальное интуиционистское подмножество доминирующих вершин со степенью β_i.

На основании свойства 2 может быть предложен следующий алгоритм построения интуиционистского доминирующего множества:

- Запишем предложение (8) для данного интуиционистского нечеткого графа;

- Упростим предложение (8) предложением (9) и представим его как предложение (10);

- Определим все минимальные интуиционистские доминирующие подмножества вершин, которые соответствуют дизъюнктивным членам предложения (10);

- Мы определяем интуиционистское доминирующее множество графа $\widetilde{G}$.

Рассмотрим пример нахождения доминирующего множества для графа $\widetilde{G}$ приведенного на рисунке 2.

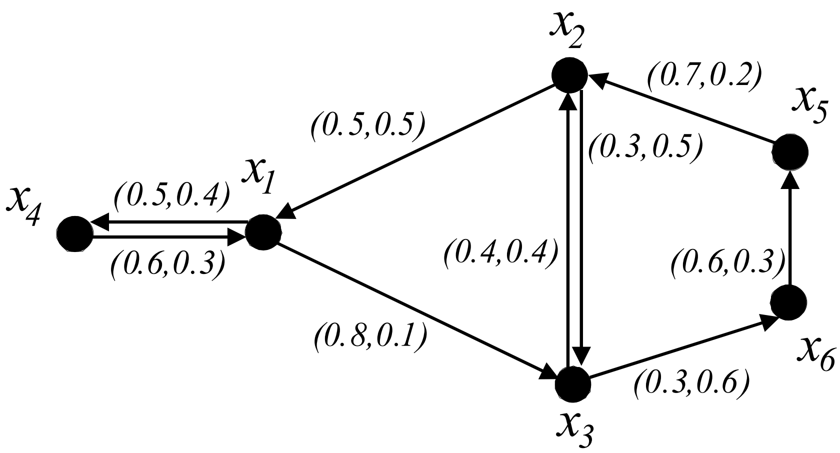

Рис. 2 – Интуиционисткий нечеткий граф

Матрица смежности для данного графа имеет вид:

$$R_X = \begin{array}{c|cccccc|} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ x_1 & (1,0) & (0,1) & (0.8,0.1) & (0.5,0.4) & (0,1) & (0,1) \\ x_2 & (0.5,0.5) & (1,0) & (0.3,0.5) & (0,1) & (0,1) & (0,1) \\ x_3 & (0,1) & (0.4,0.4) & (1,0) & (0,1) & (0,1) & (0.3,0.6) \\ x_4 & (0.6,0.3) & (0,1) & (0,1) & (1,0) & (0,1) & (0,1) \\ x_5 & (0,1) & (0.7,0.2) & (0,1) & (0,1) & (1,0) & (0,1) \\ x_6 & (0,1) & (0,1) & (0,1) & (0,1) & (0.6,0.3) & (1,0) \end{array}$$

Выражение (8) для этого графа имеет вид:

$$\Phi_D = [(1,0)p_1 \vee (0.5,0.5)p_2 \vee (0.6,0.3)p_4] \,\&\, [(1,0)p_2 \vee (0.4,0.4)p_3 \vee (0.7,0.2)p_5] \,\&$$
$$\& [(0.8,0.1)p_1 \vee (0.3,0.5)p_2 \vee (1,0)p_3] \,\&\, [(0.5,0.4)p_1 \vee (1,0)p_4] \,\&$$
$$\& [(1,0)p_5 \vee (0.6,0.3)p_6] \,\&\, [(0.3,0.6)p_3 \vee (1,0)p_6].$$

Умножая скобки 1 and 2, скобки 3 and 4, скобки 5 and 6, и используя правила (7) получаем:

$$\Phi_D = [(1,0)\,p_1p_2 \vee (0.4,0.4)\,p_1p_3 \vee (0.7,0.2)\,p_1p_5 \vee (0.5,0.5)\,p_2 \vee (0.6,0.3)\,p_2p_4 \vee$$
$$\vee (0.4,0.4)\,p_3p_4 \vee (0.6,0.3)\,p_4p_5] \,\&\, [(0.5,0.4)\,p_1 \vee (0.8,0.1)\,p_1p_4 \vee (0.3,0.5)\,p_2p_4 \vee$$
$$\vee (1,0)\,p_3p_4] \,\&\, [(0.3,0.6)\,p_3p_5 \vee (1,0)\,p_5p_6 \vee (0.6,0.3)\,p_6].$$

Умножая скобки 2 и 3, получаем:

$$\Phi_D = [(1,0)p_1p_2 \vee (0.4,0.4)p_1p_3 \vee (0.7,0.2)p_1p_5 \vee (0.5,0.5)p_2 \vee (0.6,0.3)p_2p_4 \vee (0.4,0.4)p_3p_4 \vee$$
$$\vee (0.6,0.3)p_4p_5] \,\&\, [(0.3,0.6)p_1p_3p_5 \vee (0.5,0.4)p_1p_6 \vee (0.3,0.5)p_2p_4p_6 \vee (0.8,0.1)p_1p_4p_5p_6 \vee$$
$$\vee (0.6,0.3)p_1p_4p_6 \vee (0.6,0.3)p_3p_4p_6 \vee (1,0)p_3p_4p_5p_6].$$

Умножая скобки, окончательно получаем:

$$\Phi_D = \underline{(0.5,0.4)p_1p_2p_6} \vee (0.3,0.6)p_1p_3p_5 \vee (0.4,0.4)p_1p_3p_6 \vee (0.5,0.4)p_1p_5p_6 \vee (0.5,0.5)p_2p_4p_6 \vee$$
$$\vee (0.4,0.4)p_3p_4p_6 \vee (0.6,0.3)p_1p_2p_4p_6 \vee \underline{(0.7,0.2)p_1p_4p_5p_6} \vee (0.6,0.3)p_2p_3p_4p_6 \vee$$
$$\vee (0.6,0.3)p_1p_4p_5p_6 \vee (0.6,0.3)p_3p_4p_5p_6 \vee \underline{(0.8,0.1)p_1p_2p_4p_5p_6} \vee \underline{(1,0)p_1p_2p_3p_4p_5p_6}.$$

Откуда следует, что граф $\tilde{G}$ имеет 13 наименьших интуиционисткий подмножеств, и интуиционисткое доминирующее множество имеет вид:

$$\tilde{D} = \{<(0.5,0.4)/3>, <(0.7,0.2)/4>, <(0.8,0.1)/5>, <(1,0)/6>\}.$$

Данное множество в частности показывает, что в графе существует подмножество (X=\{x_1, x_4, x_5, x_6\}), состоящее из 4 вершин, такое, что все остальные вершины графа ($D\backslash X$=\{x_2,x_3\}) смежны хотя бы с одной вершиной из подмножества X со степенью не менее 0.7, и не смежны со степенью не более 0.2.

Заключение

В этой статье мы рассмотрели понятие доминирующего множества интуиционистского нечеткого графа. Рассмотрены метод и алгоритм нахождения доминирующего множества. Этот метод является обобщением метода Магу для нечеткого графа. Доминирующее множество позволяет оценить интуиционистский нечеткий граф с точки зрения его нечетких инвариантов. Следует отметить, что рассматриваемый метод является методом полного упорядоченного поиска, поскольку такие задачи сводятся к задачам покрытия, то есть эти задачи являются задачами NP-полной. Кроме того, рассмотренный метод и алгоритм могут быть использованы для поиска других инвариантов, в частности, внешне устойчивого множества, баз и антибаз интуиционистских нечетких графов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 18-01-00023 и № 19-07-00074

Литература

1. Zadeh L.A. Fuzzy sets. // Information and Control. 1965. № 8. pp. 338–353.
2. Atanassov K.T. Intuitionistic Fuzzy Sets /Proceedings of VII ITKR's Session, Sofia, Central Science and Technical Library, Bulgarian Academy of Sciences, 1697/84, 1983. pp. 6-24.
3. Christofides N. Graph theory. An algorithmic approach. Academic press. London. UK. 1976. 400 p.
4. Zadeh L.A. Similarity relations and fuzzy orderings. // Information Sciences. 1971. № 3(2). pp. 177–200.
5. Rosenfeld A. Fuzzy graphs. / In: L.A.Zadeh, K.S.Fu, M.Shimura (Eds.), Fuzzy Sets and Their Applications. Academic Press. New York. USA. 1975. pp. 77–95.
6. Mordeson J.N., Nair P.S. Fuzzy Graphs and Fuzzy Hypergraphs. Springer. Heidelberg. Germany. 2000. 248p.
7. Sunitha M.S., Kumar A.V. Complement of a fuzzy graph. // Indian Journal of Pure and Applied Mathematics. 2002. № 33(9). pp. 1451–1464.
8. Shannon A., Atanassov K.T. A first step to a theory of the intuitionistic fuzzy graphs. / In: D. Lakov (Ed.), Proceeding of the FUBEST. Sofia. Bulgaria. 1994. pp. 59–61.

9. Shannon A., Atanassov K.T. Intuitionistic fuzzy graphs from α-, β- and (α,b)-levels. // Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets. 1995. № 1(1). pp. 32–35.

10. Karunambigai M.G., Sivasankar S., Palanivel K. Different types of Domination in Intuitionistic Fuzzy Graph. // Annals of Pure and Applied Mathematics. 2017. № 14(1). pp. 87-101.

11. Parvathi R., Thamizhendhi G. Domination in intuitionistic fuzzy graphs. // Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets. 2010. № 16. pp. 39-49.

12. Velammal S. Edge Domination in Intuitionistic Fuzzy Graphs. // International Journal of Computational Science and Mathematics. 2012. № 4(2). pp. 159-165.

13. Ore O. Theory of Graphs. American Mathematical Society Colloquium Publications. 1962. Vol. 38. 270 p.

14. Bershtein L.S., Bozhenuk A.V. Maghout Method for Determination of Fuzzy Independent, Dominating Vertex Sets and Fuzzy Graph Kernels. // Int. J. General Systems. 2001. № 30(1). pp. 45-52.

15. Боженюк, А.В., Герасименко Е.М. Разработка алгоритма нахождения максимального потока минимальной стоимости в нечеткой динамической транспортной сети // Инженерный вестник Дона. 2013. № 1. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1583.

16. Atanassov K., Gargov G. Elements of intuitionistic fuzzy logic. Part I. // Fuzzy Sets and Systems. 1998. № 95. pp. 39-52.

17. Bershtein L., Bozhenyuk A. Fuzzy Graphs and Fuzzy Hypergraphs. / In: J.Dopico, J. de la Calle, A.Sierra (Eds.). Encyclopedia of Artificial Intelligence. Information SCI. Hershey. New York. 2008. pp. 704-709.

18. Берштейн Л.С., Беляков С.Л., Боженюк А.В. Определение хроматического множества нечеткого темпорального графа // Инженерный вестник Дона. 2015. № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3154.

References

1. Zadeh L.A. Information and Control. 1965. № 8. pp. 338–353.

2. Atanassov K.T. Proceedings of VII ITKR's Session, Sofia, Central Science and Technical Library, Bulgarian Academy of Sciences, 1697/84, 1983. pp. 6-24.

3. Christofides N. Graph theory. An algorithmic approach. Academic press. London. UK. 1976. 400 p.

4. Zadeh L.A. Information Sciences. 1971. № 3(2). pp. 177–200.

5. Rosenfeld A. In: L.A.Zadeh, K.S.Fu, M.Shimura (Eds.), Fuzzy Sets and Their Applications. Academic Press. New York. USA. 1975. pp. 77–95.

6. Mordeson J.N., Nair P.S. Fuzzy Graphs and Fuzzy Hypergraphs. Springer. Heidelberg. Germany. 2000. 248p.

7. Sunitha M.S., Kumar A.V. Indian Journal of Pure and Applied Mathematics. 2002. № 33(9). pp. 1451–1464.

8. Shannon A., Atanassov K.T. In: D. Lakov (Ed.), Proceeding of the FUBEST. Sofia. Bulgaria. 1994. pp. 59–61.

9. Shannon A., Atanassov K.T. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets. 1995. № 1(1). pp. 32–35.

10. Karunambigai M.G., Sivasankar S., Palanivel K. Annals of Pure and Applied Mathematics. 2017. № 14(1). pp. 87-101.

11. Parvathi R., Thamizhendhi G. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets. 2010. № 16. pp. 39-49.

12. Velammal S. International Journal of Computational Science and Mathematics. 2012. № 4(2). pp. 159-165.

13. Ore O. Theory of Graphs. American Mathematical Society Colloquium Publications. 1962. Vol. 38. 270 p.

14. Bershtein L.S., Bozhenuk A.V. Int. J. General Systems. 2001. № 30(1). pp. 45-52.

15. Bozhenyuk A.V., Gerasimenko E.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013. № 1. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1583.

16. Atanassov K., Gargov G. Fuzzy Sets and Systems. 1998. № 95. pp. 39-52.

17. Bershtein L., Bozhenyuk A. In: J.Dopico, J. de la Calle, A.Sierra (Eds.). Encyclopedia of Artificial Intelligence. Information SCI. Hershey. New York. 2008. pp. 704-709.

18. Bershtein L.S., Beliakov S.L., Bozhenyuk A.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015. № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3154.