

## Математическая модель и численные методы решения задачи оперативной транспортировки лесоматериалов

*А.И. Шабает, А.П. Соколов, А. Р. Урбан, Д. С. Пятин*

*Петрозаводский государственный университет*

**Аннотация:** В статье приводится решение задачи построения расписания транспортировки лесоматериалов, дано описание задачи, построена многокритериальная математическая модель. Указано, что рассматриваемая задача может быть отнесена к классу задач маршрутизации транспортных средств в общей постановке GVRP, связанных с «job-shop» задачами теории расписаний. Разработан гибридный алгоритм решения задачи на основе метода декомпозиции с использованием симплекс метода и генетического алгоритма. Проведено тестирование, которое показало эффективность использования разработанного метода на реальных данных лесозаготовительных предприятий. Результаты апробации численных методов на реальных данных позволяют говорить о снижении времени простоя комплексов лесотранспортных машин, и увеличении объема древесины, перевозимого в течение периода планирования. Научные результаты, представленные в статье, использованы при разработке программной системы планирования и управления лесозаготовительным предприятием «Opti-Wood» компании Opti-Soft.

**Ключевые слова:** лесозаготовительное производство, GVRP, оптимизация, теория расписаний, оперативная логистика, генетический алгоритм.

### Введение

Актуальность проблемы поиска эффективных методов решения задач логистики в лесной отрасли значительно выросла в России за последние несколько лет. Ключевое значение в оперативном управлении транспортным процессом лесозаготовительного предприятия имеет логистическая задача построения оптимального расписания перевозки лесоматериалов. Именно в случае лесозаготовительного предприятия она является особо сложной по сравнению с другими отраслями производства. В первую очередь это связано с ускоренным ростом объемов лесозаготовок, осуществляемых по сортиментной технологии. Применение сортиментной технологии существенно усложняет задачу отыскания оптимального транспортного плана, поскольку в ее классической схеме нет централизованных нижних складов, и имеет место существенное увеличение номенклатуры

---

производимых на лесосеке лесоматериалов. Их вывозят непосредственно заказчикам, число которых может быть достаточно большим [1, 2].

В данной работе представлено описание задачи построения оптимального расписания транспортировки лесоматериалов. Сформулирована математическая модель задачи. Проведено исследование, на основании которого исходная задача сведена к двум последовательно связанным подзадачам: задаче оптимального распределения объемов заказов между точками погрузки и комплексами машин и задаче построения расписания маршрутов движения лесотранспортных машин. Для решения задачи авторами предложен гибридный метод на основе симплекс-метода, генетических и «жадных» алгоритмов [3]. Представлены результаты расчета на реальных данных лесозаготовительных предприятий.

### **Содержание задачи**

Задача оперативной транспортировки лесоматериалов, представляет собой задачу построения расписания маршрутов, используемых для перевозки продукции с небольшим (1–7 дней) горизонтом планирования. Для известного набора заказов, точек погрузки, точек разгрузки, состава и характеристик используемых машин и плана поступления продукции в точки погрузки на заданной дорожной сети требуется составить расписание перевозки продукции в объеме, соответствующем заказам, с минимизацией недопоставленного объема, времени простоя и порожнего пробега при выполнении множества технологических ограничений (перерывы водителей, часы работы точек разгрузки, вместимость комплексов и т. д.). Данная задача относится к классу задач маршрутизации транспортных средств в общей постановке (General Vehicle Routing Problem, GVRP), связанных с «job-shop» задачами теории расписаний [4]. Общая постановка задачи маршрутизации подразумевает объединение множества вариантов исходной VRP-задачи (VRPTW, VRPPD и др.) с различными ограничениями (на временные окна, на

---

многократное посещение точек погрузки и др.) [5]. Одним из наиболее перспективных и часто используемых подходов к решению данной задачи являются гибридные методы, представляющие собой синтез точных и метаэвристических алгоритмов [6, 7]. Рассмотрим основные характеристики исследуемых в задаче объектов:

1. Точка разгрузки – это склад заказчика, либо терминал для хранения продукции, характеризуется: периодами работы – периоды времени, когда заказчик может принимать продукцию на разгрузку; местоположением.
  2. Точка погрузки – пара «верхний склад - номенклатура лесоматериала», которая определяется: объемом номенклатуры, хранящейся на верхнем или промежуточном складе на дату начала планирования; приростом объема в каждый день периода планирования, связанным с продолжающейся заготовкой древесины; местоположением.
  3. Заказ – заявка потребителя на продукцию, характеризуемая такими параметрами, как: цена (руб./куб. м.); объем (куб. м.); номенклатура; точка разгрузки (точка заказа); коэффициент корректировки грузоподъемности – числовой показатель, определяющий зависимость перевозимого объема древесины от конкретных породы и вида продукции.
  4. Комплекс лесотранспортных машин – автопоезд для перевозки лесоматериалов, состоящий из автомобиля-тягача, оснащенного платформой для перевозки лесоматериалов и прицепа, имеющий следующие параметры: вместимость тягача (куб. м.); вместимость прицепа (куб. м.); список перерывов и пересменок; среднее время погрузки и разгрузки (мин.); начальное местоположение; местоположение гаража; показатель проходимости.
  5. Ездка – единичный маршрут комплекса машин от точек погрузки до точки разгрузки, в котором сначала последовательно посещаются точки погрузки, а затем точка разгрузки. Если в маршруте более одной точки
-

погрузки – ездка называется сборной, иначе - полной. Ездка характеризуется: комплексом лесотранспортных машин; последовательностью переездов между точками погрузки с указанными объемами погрузки; точкой разгрузки.

6. Дорожная сеть определяется графом  $G = \langle V, E \rangle$ , где  $E$  – множество участков дорог,  $V$  – множество точек на карте. Способ построения дорожной сети представлен в работе [8].

Задача состоит в определении объемов перевозок из точек погрузки в точки разгрузки с максимизацией прибыли от продаж заказной продукции, генерации ездок на основе определенных объемов перевозок и составлении на их основе оперативного расписания вывозки лесоматериалов по заданной дорожной сети с критериями:

- минимизации недопоставленного объема;
- минимизации времени порожнего пробега и времени простоя.

В задаче учитываются следующие производственные ограничения: календарный график работы комплексов машин (перерывы, пересменки, выходные дни); периоды работы точек разгрузки; различные ограничения дорожной сети; внутри одной ездки номенклатура, перевозимая на платформе тягача, может отличаться от номенклатуры, перевозимой в прицепе; ограничения на вывозку лесоматериалов (минимальный процент загрузки комплексов машин – определяет минимальный объем лесоматериалов, допустимый для вывозки; максимальное число погрузок сборной ездки; время контроля – определяет продолжительность операции контроля, после погрузки на верхнем складе).

### Математическая модель

Для построения математической модели введем следующие обозначения. Введем индексные множества:

$F$  – множество комплексов лесотранспортных машин,  $f \in F$ ;



$I$  – множество пар склад–номенклатура (множество точек погрузки),  $i \in I$ ;

$J$  – множество заказов,  $j \in J$ ;

$R$  – множество терминалов,  $r \in R$ ;

$J_r$  – множество заказов, привязанных к терминалу,  $r \in R$ ;

$D$  – множество дней в периоде планирования,  $d \in D$ ;

$D_j \subset D$  – период поставки продукции для заказа  $j$ .

Параметры:

$b_j$  – требуемый объем номенклатуры согласно заказу  $j$ ;

$c_j$  – цена единицы объема номенклатуры согласно заказу  $j$ ;

$n_j^J$  – номенклатура согласно заказу  $j$ ;

$u_r$  – суммарный объем номенклатуры на терминале  $r$  перед периодом планирования;

$w_r$  – максимальный объем терминала  $r$ ;

$\rho_r$  – пропускная способность терминала  $r$ ;

$v_i$  – объем имеющейся номенклатуры для точки погрузки  $i$  перед периодом планирования;

$n_i^I$  – номенклатура согласно точке погрузки  $i$ ;

$m_{id}$  – объем номенклатуры, производимой в точке погрузки  $i$  в день  $d$ ;

$c_{ijfd}$  – стоимость транспортировки одной единицы продукции номенклатуры от точки погрузки  $i$  до точки разгрузки по заказу  $j$  для комплекса  $f$  в день  $d$  с учетом периодов закрытия дорог и дат ввода участков дорог в эксплуатацию.

$p_f$  – средняя грузоподъемность комплекса  $f$ ;

$k_j$  – коэффициент корректировки грузоподъемности согласно номенклатуре заказа  $j$ .  $h_{fd}$  – количество часов работы транспортной машины  $f$  в день  $d$  с учетом графика ее работы, среднего времени перерывов и пересменок;

$t_{ijfd}$  – время перевозки одной единицы продукции от точки погрузки  $i$  до точки разгрузки  $j$  (включая время погрузки, контроля и разгрузки) машиной  $f$  в день  $d$ ;

---

$Q$  – максимальное количество погрузок в сборной езде;

$P$  – минимальная доля загрузки комплексов при формировании сборной ездки;

$t_f^S$  – время начала работы комплекса машин  $f$ ;

$p_f^S$  – точка начального местоположения комплекса машин  $f$ .

Введем неизвестные факторы задачи:

$E$  – индексное множество ездок вида  $\{(T_e, L_e, f, j_e, d_e, )\}, e \in E$ , где

$T_e = [t_e^1, t_e^2]$  – период выполнения ездки (ездки одного комплекса упорядочены по времени и не пересекаются);

$L_e$  – упорядоченное индексное множество погрузок ездки вида  $\{(i_l, v_l)\}$ , состоящее из точек погрузки  $i_l$  и объемов  $v_l, l \in L_e$ ;

$f_e \in F$  – комплекс машин, осуществляющий ездку  $e$ ;

$j_e \in J$  – заказ ездки  $e$ ;

$d_e \in D$  – день начала выполнения ездки  $e$ .

Для простоты выкладок будем считать, что все погрузки ездки происходят в один день.

Тогда:

$E_d \subset E$  – множество ездок в день  $d, d \in D$ ;

$E_j \subset E$  – множество ездок по заказу  $j, j \in J$ ;

$E_f \subset E$  – упорядоченное множество ездок комплекса машин  $f, f \in F$ ;

$L_{ei} \subset L_e$  – упорядоченное индексное множество погрузок ездки  $e$  с точкой погрузки  $i$ ;

$V_e = \sum_{l \in L_e} v_l$  – суммарный перевозимый объем в езде.

Рассчитываемые параметры и функции:

$t_{ef}^w(\tau)$  – расчетная сумма времени ожидания накопления требуемого объема на точках погрузки, времени ожидания открытия точек заказов и времени простоя в гараже перед пересменкой для ездки  $e$ ;

$t_{ef}(\tau)$  – расчетное время выполнения ездки  $e$  (включающее в себя погрузку, контроль, переезд, разгрузку) комплексом  $f$ , начиная с момента времени  $\tau$  с учетом времени работы точек разгрузки, перерывов и пересменок комплексов машин, дней и часов работы комплексов, а также ожидания накопления требуемого объема ( $t_{ef}^w(\tau)$ );

$t_{ef}^m(\tau)$  – расчетное время порожнего пробега из предыдущего местоположения в начальную точку погрузки ездки  $e$  комплексом  $f$  начиная с момента времени  $\tau$ , включая сумму времени ожидания накопления требуемого объема на точке погрузки и времени простоя в гараже перед пересменкой. Предыдущее местоположение комплекса определяется либо точкой начального местоположения комплекса  $p_f^S$  (для первой ездки), либо точкой заказа предыдущей ездки.

Математическая модель имеет вид:

Целевые функции представлены выражениями (1)-(2) и приводятся в порядке приоритетов:

$$\sum_{e \in E} \sum_{l \in L_e} (c_j - c_{ijfd}) v_l \rightarrow \max \quad (1)$$

$$i = i_l, j = j_e, d = d_e, f = f_e$$

– максимизация прибыли от реализованной продукции за вычетом затрат на транспортировку;

$$\sum_{f \in F} \left( t_{ef}^m(t_f^S) + \sum_{e \in E_f} (t_{ef}^w(t_e^1) + t_{ef}^m(t_e^2)) \right) \rightarrow \min \quad (2)$$

– минимизация времени простоя и порожнего пробега.

С учетом следующих ограничений:

$$\sum_{e \in E_j} V_e \leq b_j, \quad j \in J \quad (3)$$

– соблюдение условия требуемых объемов поставок потребителям;

$$\sum_{\tau \leq d} \sum_{e \in E_\tau} \sum_{l \in L_{ei}} v_l \leq v_i + \sum_{\tau \leq d} m_{i\tau}, \quad i \in I, d \in D \quad (4)$$

– ограничение на объем имеющейся номенклатуры в точках погрузки на каждый день;

$$\sum_{e \in E_j; d_e \notin D_j} V_e = 0, \quad j \in J \quad (5)$$

– ограничение на транспортировку продукции вне периода поставки по заказам;

$$\sum_{e \in E_j} \sum_{l \in L_{ei}} v_l = 0, \quad n_i^I \neq n_i^J, i \in I, j \in J \quad (6)$$

– ограничение на согласованность точки погрузки и разгрузки по номенклатуре;

$$\sum_{e \in E_f \cap E_d} |T_e| \leq h_{fd}, \quad f \in F, d \in D \quad (7)$$

– ограничение на производственные мощности комплексов лесотранспортных машин;

$$\sum_{j \in J_r} \sum_{e \in E_j \cap E_d} V_e \leq w_r - u_r + d\rho_r, \quad r \in R, d \in D \quad (8)$$

– ограничение на пропускную способность терминала и его максимальный объем;

$$\begin{aligned} t_a^1 &= t_f^S + t_{af}^m(t_f^S) \\ t_c^1 &= t_b^2 + t_{cf}^m(t_b^2) \\ t_c^2 &= t_c^1 + t_{cf}(t_c^1) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a &= e_1, b = e_{k-1}, c = e_k \\ k &= 2..|E_f|, e_k \in E_f, f \in F \end{aligned}$$

– ограничения на время выполнения ездов;

$$|L_e| \leq Q, \quad e \in E \quad (10)$$



– ограничение на максимальное количество погрузок в езде;

$$V_e = k_j \cdot p_f, \quad f = f_e, j = j_e, e \in E, |L_e| = 1 \quad (11)$$

$$P \cdot k_j \cdot p_f \leq V_e \leq k_j \cdot p_f, \quad f = f_e, e \in E, |L_e| > 1$$

– ограничения на объемы полной и сборной ездки;

$$v_l \geq 0, \quad l \in L_e, e \in E \quad (12)$$

– ограничение на неотрицательность переменных.

### **Анализ полученных задач оптимизации и методы их решения**

Задача построения расписания транспортировки, определяемая математической моделью (1)-(12), как уже было отмечено, сводится к задаче маршрутизации транспортных средств в общей постановке (General Vehicle Routing Problem, GVRP). Данная задача является NP-трудной, однако эвристические и метаэвристические методы за приемлемое время позволяют найти близкие к оптимальному решения, достаточные для практического применения. При этом значительное улучшение с точки зрения скорости нахождения решения и его точности можно получить путем использования гибридных методов.

В работе авторами предлагается гибридный подход решения общей задачи построения расписания транспортировки лесоматериалов (1)-(12) путем декомпозиции исходной задачи на две последовательные подзадачи:

1. Оптимальное распределение объемов номенклатуры (РОН) на точках погрузки между заказами посредством комплексов лесотранспортных машин с линеаризацией части ограничений, и последующее решение полученной задачи линейного программирования точными методами;
2. Построение расписания циклических маршрутов ездки (РЦМ) с помощью приближенных метаэвристических методов.

### **Оптимальное распределение объемов номенклатуры на точках погрузки между заказами посредством комплексов лесотранспортных машин**

Данная подзадача заключается в определении объемов

транспортировки лесоматериалов между точками погрузки и точками разгрузки с учетом характеристик комплексов лесотранспортных машин и возникает путем замены ограничения (7) на

$$\sum_{e \in E_f \cap E_d} \sum_{l \in L_e} \frac{t_{ijfd}}{k_j \cdot p_f} v_l \leq h_{fd} \quad (13)$$

$$i = i_l, j = j_e, d = d_e, f = f_e$$

и выделения математической модели (1), (3)-(6), (8), (10)-(13), которая может быть записана в линейной форме путем агрегации ездов в переменные  $x_{ijfd}$  – объемы продукции, перевозимой комплексом  $f$  с точки погрузки  $i$  в точку разгрузки  $j$  в день  $d$ .

Указанная задача является модификацией хорошо известной транспортной задачи (ТЗ) линейного программирования (ЛП), которая может быть решена симплекс-методом [9 -11]. Полученное решение  $x_{ijfd}$  необходимо разбить на ездки с учетом технологических требований. Из-за ограничения минимальной загрузки транспорта точное совпадение объемов не всегда достигается, поэтому также необходимо минимизировать и отклонения объемных показателей.

Для разбиения полученных в решении объемов перевозок с учетом ограничений (10)-(12) на ездки авторами разработан «жадный» алгоритм. В алгоритме для фиксированных дня  $d$  и комплекса  $f$  независимо производится формирование ездов в следующие два этапа (строго по порядку):

#### **Алгоритм 1 – генерация ездов**

- Формирование полных ездов для каждого комплекса  $f$ .

Для каждой пары  $i \in I, j \in J$  формируется ровно  $n_{ijfd} = \frac{x_{ijfd}}{k_j \cdot p_f}$  ездов полнозагруженного комплекса  $f$  из точки погрузки  $i$  с номенклатурой согласно заказу  $j$ .

- Формирование сборных ездов для каждого комплекса  $f$ .

После выполнения первого этапа для некоторых наборов ( $i \in I, j \in J, f \in F, d \in D$ ) могут остаться объемы, которые строго меньше грузопместимости комплекса машин:

$$y_{ijfd} = x_{ijfd} - n_{ijfd} \cdot k_j \cdot p_f < k_j \cdot p_f$$

При этом объемы для точек погрузки равняются:

$$q_i = \sum_{j \in J} y_{ijfd}, \quad i \in I.$$

Перевозку указанных объемов необходимо производить сборными езками с учетом ограничений (10)-(12). Генерация сборных ездов состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Определяется пара из точки погрузки и заказа с наибольшим остаточным объемом перевозки:

$$(i, j) = \operatorname{argmax}_{a \in I, b \in J} \{y_{abfd}\}.$$

Шаг 2. Определяется цепочка точек погрузки и объемов

$$\Omega = ((i_1, v_1), (i_2, v_2), \dots, (i_n, v_n))$$

такая что:

- \*  $i_1 = i$ ;
- \*  $n_{i_1}^I = n_{i_2}^I = \dots = n_{i_n}^I$  – одинаковая номенклатура на точках погрузки;
- \*  $i_k = \operatorname{argmin}_{a \in I} \{w_{i_{k-1}, a}\}$ , где  $w_{ab}$  – минимальное расстояние между точками погрузки  $a$  и  $b$ ,  $a, b \in I, k = 2..n$ ;
- \*  $v_k = \min\{q_{i_k}, k_j \cdot p_f - \sum_{l=1}^{k-1} v_l\}$ ,  $k = 1..n$ ;
- \*  $n \leq Q$  – условие (10);
- \*  $\sum_{k=1}^n v_k \geq P \cdot k_j \cdot p_f$  – условие (11).

Если  $\Omega = \emptyset$ , то выходим из алгоритма.

На основании  $\Omega$  формируется новая езда  $e$ .

Шаг 3. Новая езда добавляется в список ездов машины  $E_f = E_f \cup e$ . Объемы остатков на точках погрузки  $q_i$  уменьшаются в соответствии с объемами

созданной ездки:

$$q_{i_1} = q_{i_1} - v_1, q_{i_2} = q_{i_2} - v_2, \dots, q_{i_n} = q_{i_n} - v_n.$$

Возврат на Шаг 1.

Посредством данного алгоритма строится список ездок  $E_f$  для каждого комплекса лесотранспортных машин  $f \in F$ . Далее необходимо по найденным спискам ездок определить оптимальную, с точки зрения установленных в математической модели критериев и ограничений, последовательность и время их выполнения – построить расписание и маршруты транспортировки лесоматериалов.

### **Построение маршрутов движения комплексов лесотранспортных машин**

Задача построения маршрутов движения комплексов лесотранспортных машин заключается в оптимальном распределении сгенерированных ездок между комплексами и в определении оптимальной последовательности их выполнения с точки зрения заявленных целевых критериев (1) и (2).

Оптимизация выполняется с учетом следующих технологических параметров: числа рабочих дней в неделю, числа рабочих часов в день, перерывов и пересменок, а также плана поступления заготовленного объема древесины на точки погрузки (верхние склады), периодов работы складов и др. Эффект достигается за счет минимизации затрат на перевозку путем построения преимущественно циклических, а не маятниковых маршрутов, снижающих порожний пробег и время простоя комплексов [12].

На рис. 1 представлены различия маятникового и циклического маршрутов. Порожние ездки обозначены пунктиром, груженные – сплошной линией. Предполагается, что для заказчика 1 требуются лесоматериалы с верхнего склада 1, для заказчика 2 со склада 2. Комплекс машин перевозки изначально находится в гараже, точки погрузки определяются местоположением верхних складов, а точки разгрузки – расположением складов заказчиков. При сравнении видно, что в случае маятникового

---

маршрута с многократным посещением складов для вывозки продукции требуется дополнительная порожняя ездка от заказчика 1 до склада 2. В случае циклического маршрута склады и заказчики посещаются последовательно, что значительно снижает порожний пробег.

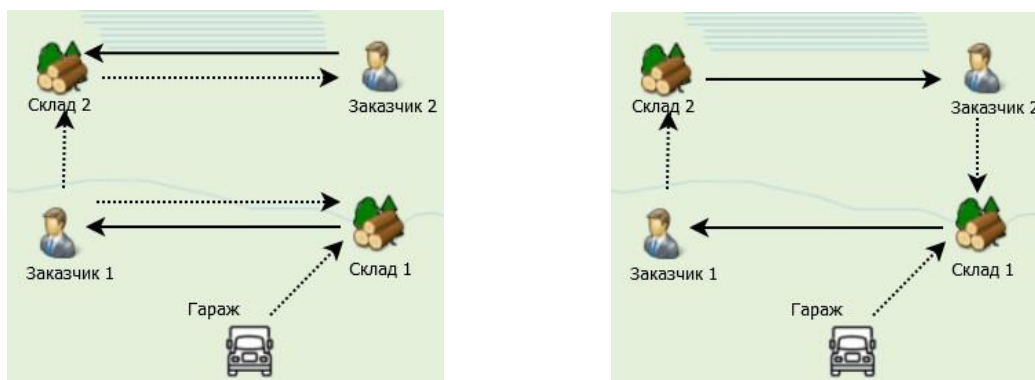


Рис. 1. – Маятниковый и циклический маршруты

Рассматриваемая задача определяется выражениями (1), (2) и (9) математической модели и решается для последовательности ездки каждого комплекса. При решении учитываются связи между расписаниями комплексов, появляющиеся в результате ожидания объема на точках погрузки (весь требуемый объем номенклатуры забирает тот, кто раньше приехал, при этом остальные комплексы заранее знают, что эта точка погрузки будет пуста) и одновременной погрузки (если комплекс приехал в точку погрузки во время погрузки другого комплекса, то он ждет).

Для поиска оптимального расписания ездки используется генетический алгоритм, в основе которого лежит идея имитации развития биологической популяции (особей, хромосом), подчиняющейся законам естественного отбора. Данный подход, наряду с другими метаэвристическими методами в настоящее время активно используется для решения широкого спектра практических задач из различных областей [13, 14]. Укажем особенности его реализации применительно к данной задаче:

1. Генотип особи в популяции определяется путем присваивания каждой ездке ее порядкового номера в последовательности, который определяет

- ген. Полученная числовая перестановка определяет хромосому генотипа;
2. Операции мутации и скрещивания применяются к хромосомам независимо;
  3. Начальная популяция состоит из особей со случайными перестановками ездок в качестве хромосом генотипа;
  4. В качестве коэффициента выживаемости особей используется значение целевой функции. Реализована схема приоритетных критериев [16];
  5. Селекция производится посредством метода рулетки с использованием принципа элитарности [17];
  6. Операция мутации реализована посредством замены двух случайных элементов перестановки и инверсии порядка элементов генотипа на интервале;
  7. Операция скрещивания (кроссинговера) реализована посредством алгоритма двухточечного скрещивания перестановок (Partial-mapped crossover, PMX) [15].

Результатом работы алгоритма является расписание перевозки лесоматериалов, состоящее из следующих операций: погрузка на верхнем складе; контроль после погрузки; разгрузка в точке разгрузки; перемещение; перерыв; пересменка. Пример визуализации расписания в виде диаграммы Ганта [18] представлен на рис. 2.

Основной проблемой представленного в статье подхода является сложность учета периодов простоя комплексов машин на стадии решения задачи РОН.

На данной стадии рассматриваемая модель не позволяет точно определить объем лесоматериалов, который комплекс машин способен перевезти за период планирования. Вследствие этого возможности некоторых комплексов машин используются не в полную силу, в то время как другие комплексы машин не успевают выполнить назначенные им ездки.

---

Для решения данной проблемы авторами предлагается подход, основанный на процедуре перераспределения объема продукции между перегруженными и недогруженными комплексами машин в виде постобработки.

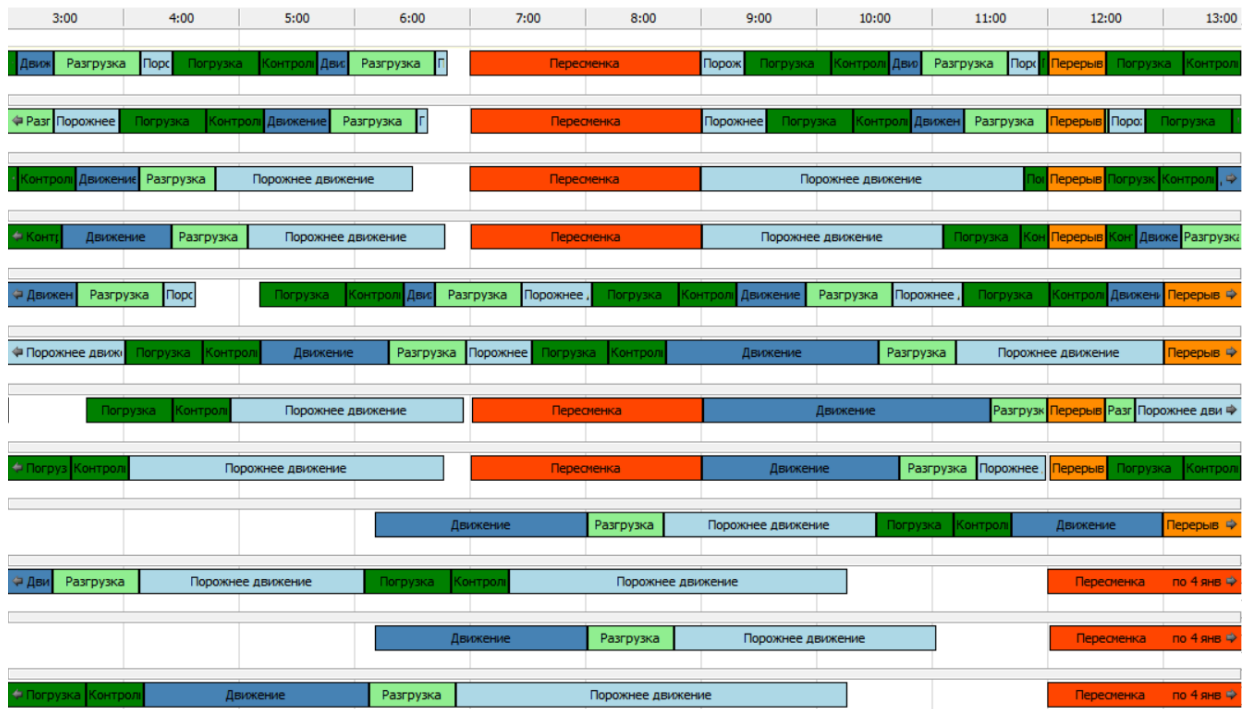


Рис. 2. – Пример расписания

### *Алгоритм 2 - перераспределение недопоставленной продукции*

Шаг 1. В расписании определяются объемы недопоставленной продукции  $V_{ij}$  с точки погрузки  $i, i \in I$  в точку разгрузки  $j, j \in J$ ;

Шаг 2. Для каждого комплекса машин  $f, f \in F$  определяется его приоритет  $R_{ijf}$  относительно перевозки объема  $V_{ij}$  из  $i$  в  $j$ :

$$R_{ijf} = (c_i - c_{ijf}),$$

где  $c_j$  – цена единицы объема номенклатуры, согласно заказу  $j$ ,  $c_{ijf}$  – стоимость транспортировки единицы продукции номенклатуры из точки погрузки  $i$  в точку разгрузки  $j$  комплексом машин  $f$ .

Шаг 3. Распределяем  $V_{ij}$  по комплексам машин в порядке убывания  $R_{ijf}$ .

Получаем список  $V'_{ijf}$ ;

Шаг 4. Генерируем полные и сборные ездки по списку  $V'_{ijf}$  с помощью алгоритма 1. Если  $k \leq K_{max}$ , то возврат на Шаг 1, где  $k$  – номер текущей итерации,  $K_{max}$  – максимальное число итераций (определяется эмпирически).

Таким образом, разработанный авторами общий алгоритм решения задачи построения оптимального расписания транспортировки лесоматериалов (1)-(12) состоит из следующих последовательных операций: получение объемов перевозок путем решения задачи РОН; генерация ездок; построение расписания путем решения задачи РЦМ; постобработка решения для перераспределения недопоставленной продукции. Схема алгоритма представлена на рис. 3.

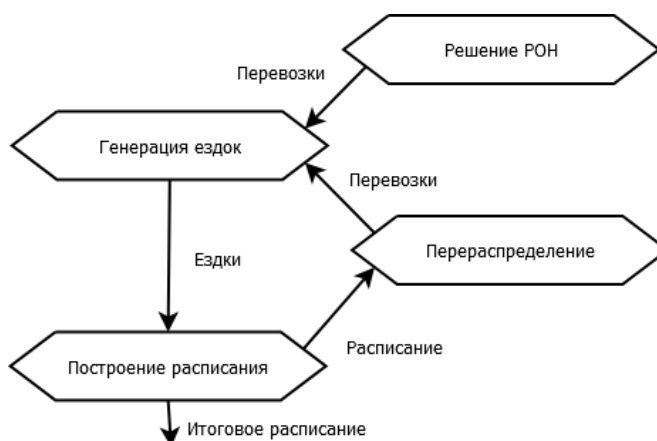


Рис. 3. – Общая схема решения задачи

## Результаты

Тестирование разработанного алгоритма осуществлялось на нескольких десятках планов перевозок, осуществляемых лесозаготовительными предприятиями на северо-западе республики Карелия. Для тестирования были выбраны следующие показатели планирования, напрямую влияющие на затраты:

- Перевозимый объем – объем лесоматериалов, который был перевезен всеми комплексами машин за период планирования.
- Порожний пробег – пробег за период планирования без полезной



нагрузки, это возврат из пункта разгрузки на верхний склад и перемещение из гаража в начале смены.

- Нерегламентированный простой – суммарное время бездействия всех комплексов машин, нерегламентированное их графиком работы (число рабочих часов в неделю, число рабочих часов в день, перерывы и пересменки), в частности это ожидание открытия точек разгрузки, ожидание накопления объема на верхнем складе и лаг между приездом в гараж и началом пересменки по графику.
- Коэффициент использования – время работы комплекса машин поделенное на общее время периода планирования.

Период планирования составлял от 1 до 4 дней, число задействованных комплексов от 6 до 13. Дорожная сеть аналогична описанной в работе [8]. Результаты тестирования представлены в таблице 1. Первое значение соответствует запуску алгоритма без оптимизации расписания (без запуска генетического алгоритма) и без перераспределения недопоставленного объема. Второе значение соответствует запуску алгоритма с оптимизацией расписания, а третье значение – запуску алгоритма с оптимизацией расписания и перераспределением недопоставленного объема.

Согласно результатам тестирования, путем применения предлагаемого в работе алгоритма достигнуто повышения объема вывозки продукции в среднем на 8%, что с учетом перевода в объем (1935 куб. м.) является существенным улучшением. Достигнуто сокращение времени нерегламентированного простоя на 35% при незначительном (на 5%) увеличении времени порожнего пробега, связанного с возрастанием количества попадающих в период планирования ездки. Коэффициент использования увеличился в среднем на 6%. Таким образом использование предлагаемого авторами алгоритма позволяет существенно экономить

---

ресурсы лесозаготовительного предприятия, затрачиваемые на логистику, уменьшив затраты на перевозку продукции, что ведет к снижению себестоимости продукции и увеличению прибыли.

Таблица №1

Результаты тестирования

План	Общий объем	Перевозимый объем (куб. м.)	Порожний пробег (ч.)	Нерегламент. простой (ч.)	Коэффициент использования
План 01.03.17	7612	7181/7276/7540 (94%/95%/99%)	339/328/355	122/116/110	0,93/0,94/0,94
План 11.05.17	2614	2476/2541/2615 (95%/97%/100%)	110/105/112	41/27/25	0,93/0,95/0,96
План 01.12.17	3069	2817/2901/2956 (92%/95%/96%)	104/104/107	61/54/55	0,91/0,92/0,92
План 15.02.18	6520	5923/6105/6249 (91%/94%/96%)	264/277/274	97/85/83	0,93/0,94/0,94
План 16.02.18	2285	1474/1823/1944 (64%/80%/85%)	60/67/71	57/17/6	0,88/0,97/0,99
План 01.03.18	2285	1379/1757/1881 (60%/77%/82%)	58/67/71	72/24/13	0,85/0,95/0,97
<b>Общее</b>	24385	21250/22403/23185 (87%/92%/95%)	935/948/990	450/323/292	0,90/0,95/0,96

**Выводы**

В работе исследована задача построения расписания транспортировки лесоматериалов, дано описание задачи, построена многокритериальная математическая модель. Указано, что рассматриваемая задача может быть отнесена к классу задач маршрутизации транспортных средств в общей постановке GVRP, связанных с «job-shop» задачами теории расписаний. Разработан гибридный алгоритм решения задачи на основе метода декомпозиции с использованием симплекс метода и генетического

алгоритма. Проведено тестирование, которое показало эффективность использования разработанного метода на реальных данных лесозаготовительных предприятий. Дальнейшими направлениями исследований может являться анализ применения к решению подзадачи построения расписания маршрутов других метаэвристических алгоритмов, поиск различных вариантов перераспределения недопоставленного в период планирования объема лесоматериалов между комплексами и др. Результаты работы апробированы при разработке одного из модулей программной системы планирования и управления лесозаготовительным предприятием «Opti-Wood» компании Opti-Soft.

### Литература

1. Соколов А. П. Оперативное логистическое управление транспортным процессом лесозаготовительного предприятия // Известия ВУЗов. Лесной журнал. 2015. №4. С.87-103.
  2. Шегельман И. Р., Кузнецов А. В., Скрыпник В. И., Баклагин В. Н. Методика оптимизаций транспортно-технологического освоения лесосырьевой базы с минимизацией затрат на заготовку и вывозку древесины // Инженерный вестник Дона, 2014, №4. Часть 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1284](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1284)
  3. Edmonds J. Matroids and the greedy algorithm // Mathematical Programming, 1971, Volume 1, Issue 1. Pp. 127–136.
  4. Beck J. C., Prosser P., Selensky E. Vehicle Routing and Job Shop Scheduling: What's the Difference? // ICAPS-03. 2003. Pp. 267-276.
  5. Goel A., Gruhn V. A General Vehicle Routing Problem // European Journal of Operational Research. 2008. Vol. 191. Pp. 650-660.
  6. Flisberg, F., Liden, B., Rönnqvist, M. A. Hybrid Method Based on Linear Programming and Tabu Search for Routing of Logging Trucks // Canadian
-

- Journal of Forest Research, 2009, no. 36. Pp. 1122–1144.
7. Лазарев А. А., Гафаров Е. Р. Теория расписаний. Задачи и алгоритмы. Москва: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2011. 222 с.
  8. Шаббаев А. И., Соколов А. П., Урбан А. Р., Пятин Д. С. Математическая модель и численные методы решения задачи синтеза расписаний работы комплексов лесозаготовительных машин // Resources and Technology, 2018, T.15, №.1. С.23-38.
  9. Данциг Дж. Линейное программирование его обобщения и применения. М.: Прогресс, 1966. 600 с.
  10. Winston W. L., Venkataramanan M. Introduction to Mathematical Programming: Applications and Algorithms, Volume 1. Operations Research, 2002. 936 p.
  11. Мисюра В. В., Пономарева Е. И. Программный модуль для решения задачи выбора наилучшего перевозчика в транспортной логистике // Инженерный вестник Дона, 2013, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2206](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2206)
  12. Соколов А. П., Герасимов Ю. Ю. Функциональная логистика лесозаготовительного предприятия. Петрозаводск: Издательство ПетрГУ, 2014. 86 с.
  13. Maimon O. Z., Braha D. A genetic algorithm approach to scheduling PCBs on a single machine // International Journal of Production Research, 1998, Volume 36, Issue 3. Pp. 761-764.
  14. Vidal T, Crainic TG, Gendreau M, Lahrichi N, Rei W. A hybrid genetic algorithm for multidepot and periodic vehicle routing problems // Operations Research, vol. 60. Pp. 611–624.
  15. Goldberg D. Lingle R. Alleles, Loci and the Traveling Salesman Problem // Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, Los Angeles, 1985. Pp. 154-159.
-

16. Воронов Р. В. Математические модели и методы автоматизированных систем планирования производства бумаги: автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук: 05.13.18. Петрозаводск, 2004. 16 с.
17. Blickle T., Thiele L. A Comparison of Selection Schemes used in Genetic Algorithms // *Evolutionary Computation*, 1996, Volume 4, Issue 4. Pp. 361-394.
18. Gantt H. L. *Work, Wages and Profit*. Pennsylvania: Hive Publishing Company, 1974. 312 p.

### References

1. Sokolov A. P. *Izvestiya VUZov. Lesnoj zhurnal*. 2015. №4. P. 87-103.
  2. Shegel'man I. R., Kuznetsov A. V., Skrypnik V. I., Baklagin V. N. *Inženernyj vestnik Dona (Rus)*, 2014, №4. CHast' 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1284](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1284)
  3. Edmonds J. *Mathematical Programming*, 1971, Volume 1, Issue 1. Pp. 127–136.
  4. Beck J. C., Prosser P., Selensky E. *ICAPS-03*. 2003. Pp. 267-276.
  5. Goel A., Gruhn V. *A General European Journal of Operational Research*. 2008. Vol. 191. Pp. 650-660.
  6. Flisberg, F., Liden, B., Rönnqvist, M. A. *Canadian Journal of Forest Research*, 2009, no. 36. Pp. 1122–1144.
  7. Lazarev A. A., Gafarov E. R. *Teoriya raspisanij. Zadachi i algoritmy [Job shop scheduling. Tasks and Algorithms]* Moskva: MGU im. M.V. Lomonosova, 2011. 222 p.
  8. Shabaev A. I., Sokolov A. P., Urban A. R., Pyatin D. S. *Resources and Technology*, 2018, T.15, №.1. P. 23-38.
  9. Dantsig Dzh. *Linejnoe programmirovaniye ego obobshheniya i primeneniya*
-



- [Linear programming and its generalization and application]. M.: Progress, 1966. 600 p.
10. Winston W. L., Venkataramanan M. Introduction to Mathematical Programming: Applications and Algorithms, Volume 1. Operations Research, 2002. 936 p.
11. Misyura V. V., Ponomareva E. I. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2206](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2206)
12. Sokolov A. P., Gerasimov YU. YU. Funktsional'naya logistika lesozagotovitel'nogo predpriyatiya [Functional logistics of the wood harvesting company]. Petrozavodsk: Izdatel'stvo PetrGU, 2014. 86 p.
13. Maimon O. Z., Braha D. International Journal of Production Research, 1998, Volume 36, Issue 3. Pp. 761-764.
14. Vidal T, Crainic TG, Gendreau M, Lahrichi N, Rei W. Operations Research, vol. 60. Pp. 611–624.
15. Goldberg D. Lingle R. Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, Los Angeles, 1985. Pp. 154-159.
16. Voronov R. V. Matematicheskie modeli i metody avtomatizirovannykh sistem planirovaniya proizvodstva bumagi: avtoreferat dissertatsii na soiskanie uchenoj stepeni kand. tekhn. nauk: 05.13.18. [Mathematical models and methods of automated paper production planning systems: PhD thesis abstract]. Petrozavodsk, 2004. 16 p.
17. Blicke T., Thiele L. A Evolutionary Computation, 1996, Volume 4, Issue 4. Pp. 361-394.
18. Gantt H. L. Work, Wages and Profit. Pennsylvania: Hive Publishing Company, 1974. 312 p.
-