

## Математическое моделирование эффективности упреждения конкурентов, основанное на теории случайных процессов

*Е.В. Акиндинова, О.О. Желтикова*

*Военный учебно-научный центр военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж*

**Аннотация:** В работе предлагается математическая модель оценки эффективности мер, направленных на упреждение конкурентов в условиях рынка. Модель основана на теории марковских случайных процессов. Полученные теоретические зависимости позволят проанализировать возможные исходы ведения конкурентной борьбы в условиях рыночных отношений.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, случайный процесс, вероятность состояния, временная зависимость, конкуренция, рыночные отношения, упреждение, эффективность, коммерческий проект, конфликт сторон.

### Введение

В настоящее время является общепризнанным, что конкуренция – это неотъемлемое свойство рынка, эффективность функционирования которого тем выше, чем активнее конкуренция и чем лучше условия для ее проявления. Развитие конкурентных отношений служит необходимым условием эффективного воздействия рыночных механизмов на обеспечение устойчивого экономического роста, как в стране в целом, так и в ее регионах.

В условиях конкурентной рыночной экономики одной из важнейших задач ведения конкурентной борьбы является выбор оптимальных стратегий упреждения конкурирующих сторон [1, 2]. Вывод на рынок нового продукта или услуги подразумевает создание новых идей продвижения, их реализацию с максимальной мобильностью и быстротой. Именно опережение конкурентов на большинстве рынков является ключевым фактором успеха.

Существует множество публикаций, касающихся методов разработки и ведения стратегий опережения конкурентов [3 – 6], однако в большинстве из них рассматриваются конкретные алгоритмы ведения конкурентоспособной борьбы и отсутствуют какие-либо оценки эффективности таких действий. В данной работе ставится задача построить математическую модель,

позволяющую оценить эффективность проведения упреждающих действий по отношению к конкуренту.

### Математическая модель задачи

Рассмотрим конкурентную борьбу некоторой организации, которую обозначим в дальнейшем стороной А, с одним или группой конкурентов, которую будем обозначать стороной В. Данную ситуацию можно рассматривать как конфликт между сторонами А и В, который решается обычно методами теории игр [7, 8, 9]. Будем считать, что основным фактором, позволяющим выиграть в конкурентной борьбе, будет являться упреждение одной стороны другой, то есть реализовать какие-то действия (проект) за более короткое время.

Обозначим через  $T_a$  среднее время, затраченное на реализацию проекта стороной А, а через  $T_b$  среднее время, затраченное на реализацию проекта для стороны В.

Для нахождения вероятностей упреждения при реализации проекта одной стороны над другой, воспользуемся теорией марковских случайных процессов [10, 11] широко используемых для оценки эффективности принятия решений в различных сферах [12].

При моделировании данной ситуации, возможны четыре состояния:

$S_0$  – состояние, когда ни одна из сторон не реализовала проект;

$S_a$  – состояние, когда сторона А реализовала проект, а сторона В нет;

$S_b$  – состояние, когда сторона В реализовала проект, а сторона А нет;

$S_{ab}$  – состояние, когда обе стороны В реализовали проект.

Введем понятия интенсивности реализации проекта для сторон А и В:

$$\lambda_a = 1/T_a; \quad \lambda_b = 1/T_b.$$

Эти параметры являются интенсивностями переходных потоков для случайного процесса. Граф состояний марковского случайного процесса для указанных состояний можно представить в виде, изображенном на рис. 1.

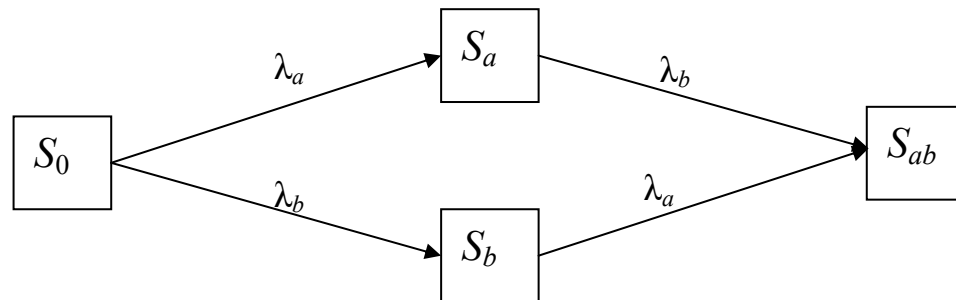


Рис. 1. – Граф состояний процесса реализации проекта

Для нахождения вероятностей  $P_0$ ,  $P_a$ ,  $P_b$  и  $P_{ab}$  соответственно, для состояний  $S_0$ ,  $S_a$ ,  $S_b$  и  $S_{ab}$  составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова [10]:

$$\begin{cases} P_0'(t) = -(\lambda_a + \lambda_b)P_0(t); \\ P_a'(t) = \lambda_a P_0(t) - \lambda_b P_a(t); \\ P_b'(t) = \lambda_b P_0(t) - \lambda_a P_b(t); \\ P_0(t) + P_a(t) + P_b(t) + P_{ab}(t) = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Учитывая то, что в начальный момент времени система находилась в состоянии  $S_0$ , система (1) будет дополняться начальными условиями вида:

$$P_0(0) = 1; P_a(0) = 0; P_b(0) = 0; P_{ab}(0) = 0. \quad (2)$$

### Расчет вероятностей упреждения конкурентов

Решая систему дифференциальных уравнений (1) с учетом начальных условий (2), находим зависимости вероятностей состояний как функцию времени  $t$ :

$$P_0(t) = \exp[-(\lambda_a + \lambda_b) \cdot t]; \quad (3)$$

$$P_a = \exp(-\lambda_b t) \cdot [1 - \exp(-\lambda_a t)]; \quad (4)$$

$$P_b = \exp(-\lambda_a t) \cdot [1 - \exp(-\lambda_b t)]; \quad (5)$$

$$P_{ab} = \exp[-(\lambda_a + \lambda_b)t] - \exp(-\lambda_a t) - \exp(-\lambda_b t) + 1. \quad (6)$$

Качественные графики зависимостей (3) – (6) при  $\lambda_a > \lambda_b$  представлены на рис. 2.

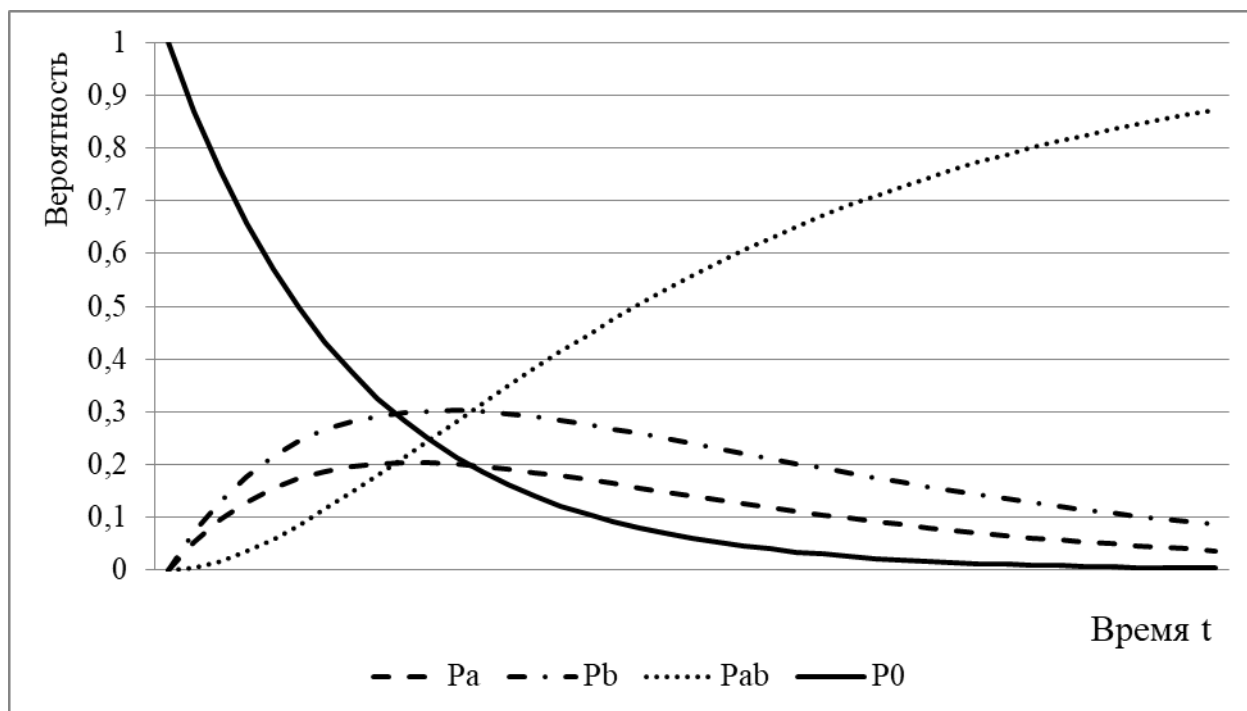


Рис. 2. – Графики зависимостей вероятностей состояний от времени при  $\lambda_a > \lambda_b$

Как видно из рис. 2, вероятности упреждения сторон А и В зависят от интенсивностей реализации проекта, но имеют экстремальное значение, когда вероятность упреждения одной стороны над другой наибольшая. Взяв производные от вероятностей  $P_a$  и  $P_b$  по времени и приравняв их к нулю, можно найти моменты времени  $t_a$  и  $t_b$  для сторон А и В, когда эта вероятность будет наибольшей и, соответственно, эффективность упреждения максимальная:

$$t_a = \frac{1}{\lambda_a} \ln\left(\frac{\lambda_a + \lambda_b}{\lambda_b}\right), \quad t_b = \frac{1}{\lambda_b} \ln\left(\frac{\lambda_a + \lambda_b}{\lambda_a}\right).$$

Следует отметить, что при достаточно длительном конфликте, когда времени  $t \rightarrow \infty$ , случайный процесс выходит на стационарный режим и

вероятности упреждения для сторон А и В будет стремиться к нулю, а вероятность реализации проекта обоими сторонами к единице.

Интересно рассмотреть найденные вероятности для момента времени, являющегося наиболее вероятному моменту реализации проекта стороной А, то есть при  $t = T_a = 1/\lambda_a$ . Учитывая, что зависимости (3) – (6) являются однородными относительно параметров  $\lambda_a$  и  $\lambda_b$ , целесообразно использовать приведенную интенсивность потоков реализации проектов  $\rho = \lambda_a/\lambda_b$ , которая характеризует относительную скорость реализации проекта стороной А относительно стороны В. В этом случае формулы (3) – (6) будут иметь вид:

$$P_0(\rho) = \exp(-1-1/\rho); \quad P_a(\rho) = 0,632 \cdot \exp(-1/\rho);$$

$$P_b(\rho) = 0,368 \cdot (1 - \exp(-1/\rho)); \quad P_{ab}(\rho) = \exp(-1-1/\rho) - \exp(-1/\rho) + 0,632.$$

Графики зависимостей вероятностей состояний от приведенной интенсивности  $\rho$  приведены на рис. 3.

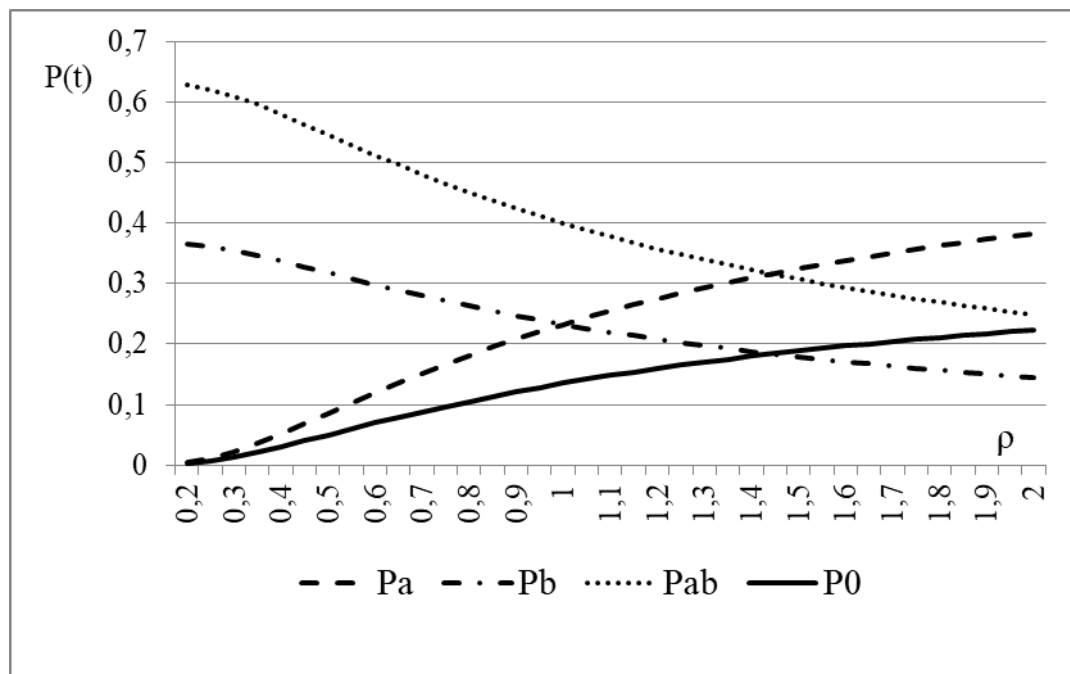


Рис. 3. – Графики вероятностей состояний как функции от приведенной интенсивности  $\rho$

Из рис. 3 видно, что вероятности упреждения в конкурентной борьбе для сторон А и В зависят от того, у какой из сторон выше скорость реализации проекта и равны при равных скоростях при  $\rho=1$ .

### Анализ эффективности упреждения конкурентов

Перейдем теперь к понятию эффективности упреждения в конкурентной борьбе. По аналогии с понятием риска, под эффективностью упреждения  $E_a$  стороны А будем понимать экономический эффект  $\mathcal{E}_a$  от упреждающей реализации проекта умноженный на вероятность упреждения  $P_a$ . Аналогично вводится понятие эффективности упреждения для стороны В. Учитывая то, что в вероятностном плане для любого момента времени возможно упреждение и стороны А над В, и наоборот (но с разной вероятностью), эффективность рационально считать как отношение экономических эффектов умноженных на вероятности упреждения для сторон:  $E_a = \frac{\mathcal{E}_a \cdot P_a}{\mathcal{E}_b \cdot P_b}$ ,  $E_b = \frac{\mathcal{E}_b \cdot P_b}{\mathcal{E}_a \cdot P_a}$ . Если считать, что экономические эффекты от упреждения для сторон равны ввиду однородности проектов, то можно записать:

$$E_a(t) = \frac{P_a(t)}{P_b(t)} = \frac{\exp(\lambda_a t) - 1}{\exp(\lambda_b t) - 1}, \quad E_b(t) = \frac{P_b(t)}{P_a(t)} = \frac{\exp(\lambda_b t) - 1}{\exp(\lambda_a t) - 1}. \quad (7)$$

Так как заранее время выполнения проекта знать не возможно, то взяв в качестве времени наиболее вероятное  $t = T_a = 1/\lambda_a$  для стороны А и подставив это в (7), получаем зависимость эффективности от приведенной интенсивности:

$$E_a(\rho) = \frac{P_a(t)}{P_b(t)} = \frac{1,717}{\exp(1/\rho) - 1}.$$

Следует отметить, что данная зависимость при  $\rho$  близких к единице хорошо приближается прямой линией. Методами регрессионного анализа [13] была получена приближенная линейная зависимость:  $\tilde{E}_a(\rho) = 1,604\rho - 0,586$ ,

которую можно использовать для приближенных вычислений. Графики зависимости  $E_a(\rho)$  и  $\tilde{E}_a(\rho)$ , представленные на рис. 4, показывают высокую точность данного приближения.

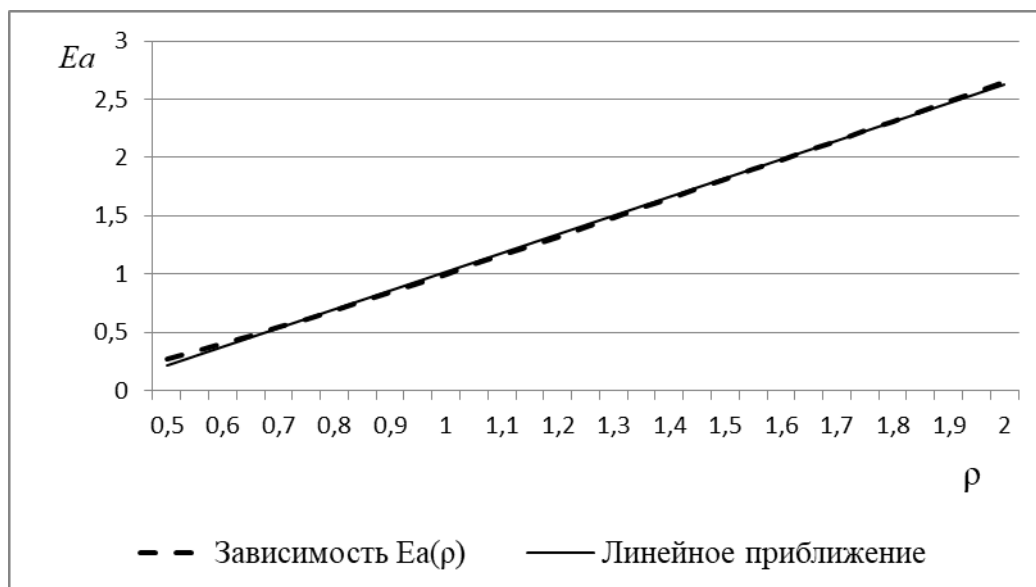


Рис. 4. – Зависимости эффективности упреждения для стороны А от приведенной интенсивности  $\rho$ .

Из линейного приближения следует, что при изменении относительной скорости реализации проекта одной стороной относительно другой, скорость роста эффективности будет приблизительно в 1,6 раз больше.

### Заключение

Полученные результаты позволяют оценивать вероятности упреждения в реализации коммерческих проектов одной стороной над другими в условиях конкуренции. Получены зависимости вероятностей упреждения сторон от времени. Показано, что данные вероятности зависят от среднего времени выполнения проекта каждого конкурента и имеют максимум, характеризующий время наибольшей эффективности упреждения.

Учитывая то, что время выполнения коммерческого проекта заранее не известно, проведен анализ полученных зависимостей при времени, равном наиболее вероятному для реализации проекта.



Проанализировано влияние относительной скорости реализации коммерческого проекта на вероятность упреждения и эффективность упреждающих стратегий. Показано, что при изменении относительной скорости реализации проекта одной стороной относительно другой, скорость роста эффективности будет приблизительно в 1,6 раз больше.

Полученные теоретические зависимости позволят проанализировать возможные исходы ведения конкурентной борьбы при планировании конкурентных стратегий организаций в условиях рыночных отношений.

### Литература

1. Шонесси Д.О. Конкурентный маркетинг: стратегический подход. СПб.: Питер, 2001. 864 с.
2. Webster F.E. Jr. The Changing Role of Marketing in Corporation. Journal of Marketing. 1992. 56(4). pp. 1-17.
3. Фатхутдинов Р.А. Конкурентоспособность: экономика, стратегия, управление.- М.: ИНФРА-М, 2000. 351 с.
4. Стерхова С.А. Новый продукт: ключевые факторы успеха // Российское предпринимательство. 2010. Том 11. № 4. С. 32-36.
5. Хасанов Р. Стратегия конкуренции: анализ и практика. Монография. Омск: Изд-во ОмГТУ, 1999. 120 с.
6. Философова Т. Г., Быков В. А. Конкуренция. Инновации. Конкурентоспособность. Юнити-Дана – Москва, 2013. 296 с.
7. Колокольцов В.Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации (Теория игр для всех). СПб.: Лань, 2012. 624 с.
8. Brandenburger A., Nalebuff B. Co-opetition: Revolutionary Mindset that Redefines Competition and Cooperation: The Game Theory Strategy that's Changing the Game of Business. Doubleday, New York, 1997, 290 p.



9. Горелова И.С. Теоретико-игровое моделирование адаптации территориальных мощностей к рыночным социально-экономическим условиям // Инженерный вестник Дона, 2008, № 3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2008/93.

10. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Высшая школа, 1998. 312 с.

11. Gallager Robert G. Stochastic Processes: Theory for Applications. New York, NY: Cambridge University Press. 2013. 560 p.

12. Соседко В.В., Янишевская А.Г. Математическая модель единой системы конструкторско-технологической подготовки и производства на промышленном предприятии // Инженерный вестник Дона, 2012, № 4 (часть 2). URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1404.

13. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1977. 342 с.

### References

1. Shonessi D.O. Konkurentnyj marketing: strategicheskij podhod [Competitive marketing: a strategic approach]. SPb.: Piter, 2001. 864 p.

2. Webster, F.E. Jr. Journal of Marketing. 1992. 56(4). pp. 1-17.

3. Fathutdinov R.A. Konkurentosposobnost': jekonomika, strategija, upravlenie [Competitiveness: economy, strategy, management] M.: INFRA-M, 2000. 351 p.

4. Sterhova S.A. Rossijskoe predprinimatel'stvo. 2010. V 11. № 4. pp. 32-36.

5. Hasanov R. Strategija konkurencii: analiz i praktika. Monografija [Competition strategy: analysis and practice. Monograph]. Omsk: Izd-vo OmGTU, 1999. 120 p.

6. Filosofova T. G., Bykov V. A. Konkurencija. Innovacii. Konkurentosposobnost'. [Competition. Innovation. Competitiveness]. Juniti-Dana, Moscow, 2013. 296 p.

7. Kolokol'cov V.N. Matematicheskoe modelirovanie mnogoagentnyh sistem konkurencii i kooperacii (Teoriya igr dlja vseh). [Mathematical modeling of multi-agent systems of competition and cooperation (Game Theory for All)]. SPb.: Lan', 2012. 624 p.

8. Brandenburger A., Nalebuff B. Co-opetition: Revolutionary Mindset that Redefines Competition and Cooperation: The Game Theory Strategy that's Changing the Game of Business. Doubleday, New York, 1997, 290 p.

9. Gorelova I.S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2008, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2008/93](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2008/93).

10. Ventcel' E.S., Ovcharov L.A. Teoriya sluchajnyh processov i ee inženernye prilozhenija [Theory of random processes and its engineering applications] M.: Vysshaja shkola, 1998. 312 p.

11. Gallager Robert G. Stochastic Processes: Theory for Applications. New York, NY: Cambridge University Press. 2013. 560 p.

12. Sosedko V.V., Yanishevskaya A.G. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, № 4 (part 2). URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1404](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1404).

13. Gmurman V.E. Teoriya verojatnostej i matematicheskaja statistika [Probability theory and mathematical statistics] M.: Vysshaja shkola, 1977. 342 p.