Моделирование биологических структур с помощью электрических эквивалентных схем замещения

Р.Н. Никулин, М.П. Никулина, Н.В. Грецова, М.В. Грецов, О.А. Авдеюк, Л.В. Дружинина

Волгоградский государственный технический университет

Аннотация: В статье рассмотрены несколько схем замещения, построенных путем последовательного соединения схем для мембраны и протоплазмы. Решение производилось с помощью формулы Кардано для кубических уравнений. Корни в выражении для определения резонансных частот определяли резонансные частоты при заданных параметрах для мембраны и межклеточной жидкости, для получения численных значений использовались значения в нескольких допустимых пределах. В ходе произведённых вычислений было подтверждено, что большинство резонансных частот находятся в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах. Также показано, что частоты колебаний клетки занимают дециметровый, сантиметровый, миллиметровый и субмиллиметровый диапазоны волн. Очевидно, что именно воздействие на биологические системы электромагнитными излучениями в указанных диапазонах длин волн окажется наиболее эффективным и может привести к максимальному биологическому отклику (эффекту).

Ключевые слова: эквивалентная схема замещения, биологическая структура, мембрана, колебательный контур, формула Кардано, протоплазма, резонансные частоты, электрические процессы, эквивалентная схема замещения, электромагнитное излучение.

В работах [1,2] рассмотрены эквивалентные схемы замещения клеточных структур (мембраны и протоплазмы), которые наиболее адекватно отражают протекающие в клетках электрические процессы [3-5]. Эквивалентную схему замещения живой клетки можно построить путем последовательного соединения схем для мембраны и протоплазмы [6,7]. Рассмотрим несколько схем замещения, построенных таким способом (рис.1). Значения R_1, C_1, L_1 соответствуют параметрам мембраны, а R_2, C_2, L_2 – параметрам межклеточной жидкости (протоплазмы). В случае трёх последовательно подключенных контуров, крайние контуры со значениями R_1, C_1, L_1 соответствуют мембранам клеток одной ткани, а колебательный контур с параметрами R_2, C_2, L_2 – протоплазме между ними.

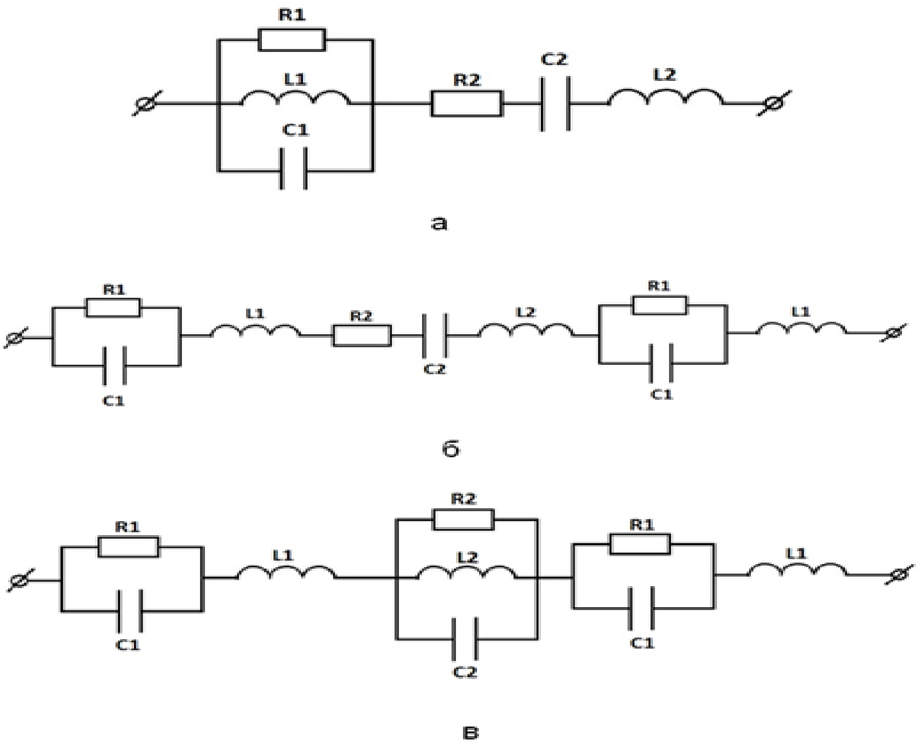

Рис. 1. – Эквивалентные схемы замещения клеток

На рис. 2 так же представлены эквивалентные схемы замещения, соответствующие клеткам одной ткани.

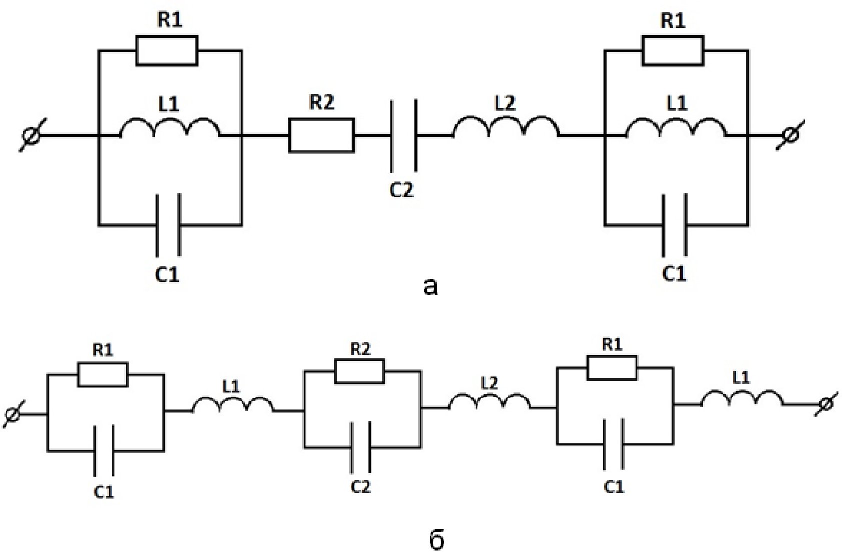

Рис. 2 – Эквивалентные схемы замещения клеток одной ткани

Выражения для входных сопротивлений схем, изображенных на рис. 1 и рис. 2, представляют собой сумму входных сопротивлений для мембраны и протоплазмы, определяемых на основе выражений, полученных в предыдущей главе, путем добавления к параметрам R, L, C соответствующего индекса.

Рассмотрим последовательно все схемы, начиная со схемы на рис. 1 (а). Найдём входное сопротивление для этой схемы как: $Z = Z_1 + Z_2$:

$$Z = \frac{\omega^2 R_1 L_1^2 + j\omega R_1^2 L_1(1-\omega^2 L_1 C_1)}{R_1^2(1-\omega^2 L_1 C_1)^2 + (\omega L_1)^2} + \frac{\omega R_2 C_2 + j(\omega^2 C_2 L_2 - 1)}{\omega C_2}.$$

Далее приведём это выражение к общему знаменателю, преобразуя и приравнивая мнимую часть к нулю. Таким образом, получаем выражение для определения резонансных частот, общий вид которого:

$$Ax^6 + Bx^4 + Cx^2 + D = 0, \qquad (1)$$

где коэффициенты уравнения определяются как:

$A = C_2 L_2 R_1^2 L_1^2 C_1^2;$

$B = L_1[L_1 C_2 L_2 - C_1 R_1^2\{L_1(C_2 - C_1) - 2C_2 L_2\}];$

$C = R_1^2[C_2(L_1 + L_2) + 2L_1 C_1] - L_1^2;$

$D = -R_1^2.$

В этом случае $x = \omega$. Теперь делаем замену $x^2 = y$ и получаем:

$$Ay^3 + By^2 + Cy + D = 0.$$

Решим это выражение с помощью формулы Кардано для кубических уравнений. Корни (1) будут определять резонансные частоты при заданных параметрах для мембраны и межклеточной жидкости. Для получения численных значений, будут использоваться значения в следующих допустимых пределах (таблица № 1) [2,8]:

Таблица № 1

Допустимые пределы изменения параметров клетки

Значения	d_c, м	R_m, Ом	C_m, Ф	R_p, Ом	ε_m	ε_p
Min	$2\cdot10^{-6}$	10^{6}	10^{-14}	10^{3}	2	40
Max	$2\cdot10^{-6}$	10^{18}	$2\cdot10^{-13}$	10^{5}	9	80

Выбрав три набора допустимых значений, получаем значения резонансных частот биологической клетки. Все результаты вычислений представлены в таблице 1.

Для всех последующих схем, будем руководствоваться той же методикой вычисления резонансных частот, что была описана выше. Теперь получим входное сопротивление для схемы на рисунке 1 (б):

$$Z_1 = \frac{R_1 + j\omega(L_1 - R_1^2 C_1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2 L_1)}{1 + (\omega R_1 C_1)^2} + \frac{\omega R_2 C_2 + j(\omega^2 C_2 L_2 - 1)}{\omega C_2};$$

$$Z = Z_1 + \frac{R_1 + j\omega(L_1 - R_1^2 C_1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2 L_1)}{1 + (\omega R_1 C_1)^2}. \qquad (2)$$

Далее будут опущены все алгебраические выкладки, не несущие физического смысла. Приводя выражение (2) к общему знаменателю и приравнивая мнимую часть равенства к нулю, получаем уравнение для вычисления резонансных частот в виде (1). В этом случае коэффициенты уравнения находятся как:

$$A = R_1^4 C_1^4 C_2 (2L_1 + L_2);$$

$$B = R_1^2 C_1^2 [2C_2\{2L_1 + C_1 + L_2\} - 1];$$

$$C = 2L_1 C_2 + 2R_1^2 C_1 (C_2 - C_1) + L_2 C_2;$$

$$D = -1.$$

Для этого $x = \omega$. Сделав замену $x^2 = y$, получаем:

$$Ay^3 + By^2 + Cy + D = 0.$$

Решаем это выражение с использованием формулы Кардано для кубических уравнений. Корнями (2) будут резонансные частоты, определённые при заданных параметрах для мембраны и протоплазмы (таблица 1). Все численные значения для искомых частот представлены в таблице 2.

Теперь рассмотрим схему на рисунке 1 (в). Рассчитаем входное сопротивление для этого случая:

$$Z_1 = \frac{R_1 + j\omega(L_1 - R_1^2 C_1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2 L_1)}{1 + (\omega R_1 C_1)^2} + \frac{\omega^2 R_2 L_2^2 + j\omega R_2^2 L_2 (1 - \omega^2 L_2 C_2)}{R_2^2 (1 - \omega^2 L_2 C_2)^2 + (\omega L_2)^2};$$

$$Z = Z_1 + \frac{R_1 + j\omega(L_1 - R_1^2 C_1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2 L_1)}{1 + (\omega R_1 C_1)^2}. \tag{3}$$

Приводим уравнение (3) к общему знаменателю и приравниваем мнимую часть выражения к нулю. Получаем уравнение вида:

$$A\omega^9 + B\omega^7 + C\omega^5 + D\omega^3 + E\omega = 0.$$

Выносим общий множитель за скобки и делаем замену $x = \omega^2$. Таким образом, получаем выражение для резонансных частот, которое имеет общий вид:

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E = 0. \tag{4}$$

Выполняя промежуточные алгебраические вычисления, можно получить коэффициенты для расчёта резонансных частот, соответствующих схеме на рисунке 1(в):

$$A = R_1^2 C_1^2 R_2^4 C_2^2 L_2^2 (R_1 C_1 L_1 + 1);$$

$$B = R_2^2 L_2 R_1 C_1 [R_2^2 \{C_2^2 (L_2 (L_1 (1 + R_1 C_1) + C_1 R_1^2 + 2C_2)) - R_1 C_1\} +$$
$$+ R_1 C_1 L_1 \{R_1 C_1 L_1 + C_2\}];$$

$$C = R_2^2 L_2 [R_2^2 C_2^2 \{L_2(L_1 + R_1^2 C_1 + 1) - 2R_1 C_1\}$$
$$+ R_1 C_1 L_2 (L_1 + 2C_2 + +R_1 C_1 \{R_1 + L_1\}) - R_1^2 C_1^2];$$

$$D = R_2^2 L_2 [L_2 \{L_1 + R_1^2 C_1 + C_2\} + C_2^2 (1 - R_2^2) - 2R_1 C_1];$$

$$E = R_2^2 [C_2 - L_2 (C_2^2 - 1)] + L_2.$$

Решая данное уравнение с подстановкой соответствующих коэффициентов, не забывая про то, что $x = \omega^2$, можно получить численные значения резонансных частот клетки. Вычисления будут производиться в соответствующем диапазоне. Таким образом, был получен ряд значений резонансных частот для схемы на рисунке 1 (в) (таблица 2).

Рассмотрим теперь схемы, изображённые на рисунке 2 (а) и 2 (б). Как и в случае предыдущих моделей, найдём формулу для входного сопротивления для схемы на рисунке 2(а):

$$Z_1 = \frac{\omega^2 R_1 L_1^2 + j\omega R_1^2 L_1 (1 - \omega^2 L_1 C_1)}{R_1^2 (1 - \omega^2 L_1 C_1)^2 + (\omega L_1)^2} + \frac{\omega R_2 C_2 + j(\omega^2 C_2 L_2 - 1)}{\omega C_2},$$

$$Z = Z_1 + \frac{\omega^2 R_1 L_1^2 + j\omega R_1^2 L_1 (1 - \omega^2 L_1 C_1)}{R_1^2 (1 - \omega^2 L_1 C_1)^2 + (\omega L_1)^2}. \qquad (5)$$

Производя те же вычисления, что и для схем на рисунке 1, получим уравнение для резонансных частот, соответствующее этой схеме. Коэффициенты A, B, C, D в этом случае принимают значения:

$$A = R_1^4 L_1^4 C_2^2 (C_1 + L_2);$$

$$B = -R_1^4 R_1^4 L_1^3 L_2 (C_1 + L_2);$$

$$C = R_1^2 R_1^2 C_1;$$

$$D = -R_1^2 L_1.$$

В этом случае $x = \omega$. Теперь, сделав замену $x^2 = y$, получаем:

$$Ay^3 + By^2 + Cy + D = 0.$$

Решать это выражение будем с помощью формулы Кардано для кубических уравнений. Подставляя соответствующие коэффициенты в выражение (1), получаем ещё один набор резонансных частот биологической клетки. Все результаты представлены в таблице 2.

Рассмотрим последнюю предложенную эквивалентную схему замещения (рис. 2, б). Вычислим для этого случая входное сопротивление:

$$Z_1 = \frac{R_1 + j\omega(L_1 - R_1^2C_1 + \omega^2R_1^2C_1^2L_1)}{1 + (\omega R_1C_1)^2} + \frac{R_2 + j\omega(L_2 - R_2^2C_2 + \omega^2R_2^2C_2^2L_2)}{1 + (\omega R_2C_2)^2}$$

$$Z = Z_1 + \frac{R_1 + j\omega(L_1 - R_1^2C_1 + \omega^2R_1^2C_1^2L_1)}{1 + (\omega R_1C_1)^2}. \qquad (6)$$

Теперь приводим уравнение (6) к общему знаменателю и приравниваем мнимую часть выражения к нулю. Получаем уравнение:

$$A\omega^7 + B\omega^5 + C\omega^3 + D\omega = 0.$$

Выносим общий множитель за скобку и получаем выражение для резонансных частот, которое в общем виде записывается как (1). Как и в предыдущих случаях $x = \omega$. Теперь сделаем замену $x^2 = y$ и получим:

$$Ay^3 + By^2 + Cy + D = 0.$$

Решаем это выражение с помощью формулы Кардано для кубических уравнений.

Коэффициенты для этого уравнения определяются как:

$A = R_2^2C_2^2R_1^4C_1^4(2L_1 + L_2)$;

$B = R_1^2C_1^2[2R_2^2C_2^2(2L_1 + R_1^2C_1 + L_2) + R_1^2C_1^2(2L_1 + R_2^2C_2 + L_2)]$;

$C = R_2^2C_2^2[2(L_1 + R_1^2C_1) + L_2] + 2R_1^2C_1^2[2L_1 + R_1^2C_1 + L_2 + R_2^2C_2]$;

$D = 2(L_1 + R_1^2C_1) + L_2 + R_2^2C_2.$

Вследствие решения уравнения (1) с подстановкой соответствующих коэффициентов $A, Б, C$ и D, получаем искомые значения для резонансных частот. Результаты вычислений для всех выше предложенных схем представлены в таблице 2:

Таблица № 2

Результаты вычислений

Схема	Резонансная частота ω, 10^9 с$^{-1}$			Диапазон радиоволн
	ω_1	ω_2	ω_3	
1, а	$2{,}5812\cdot10^3$	$10{,}624\cdot10^3$	$5{,}80012\cdot10^3$	Миллиметровый и субмиллиметровый
1, б	303,06	$6{,}3268\cdot10^3$	$7{,}14639\cdot10^3$	Сантиметровый, миллиметровый и субмиллиметровый
1, в	$3{,}5375\cdot10^3$	$58{,}040\cdot10^3$	$62{,}692\cdot10^3$	Миллиметровый и субмиллиметровый
2, а	5,0483	8,1851	6,8425	Дециметровый
2. б	15,000	2,8626	2,2531	Дециметровый и сантиметровый

Из таблицы 2 видно, что все частоты лежат в диапазоне выше 10^9 с$^{-1}$. В ходе произведённых вычислений было подтверждено, что большинство резонансных частот находятся в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах [9,10].

Таким образом, анализ результатов расчетов, приведенных в таблице 2, показывает, что частоты колебаний клетки лежат в дециметровом, сантиметровом, миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн. Отметим, что воздействие на биологические объекты электромагнитными излучениями в указанных диапазонах является наиболее эффективным и приводит к максимальному биологическому эффекту.

Литература

1. Никулин Р.Н. Определение резонансных частот биологической клетки, представленной в виде эквивалентной схемы замещения // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. 2005. №3. С. 10-17.

2. Никулин Р.Н. Биологическое действие СВЧ-излучения низкой интенсивности: монография. Волгоград: ВолгГТУ, 2011. 223 с.

3. Жулев В. И., Ушаков И. А. Исследование электрических процессов в клеточных структурах // Биомедицинская электроника. 2001. № 7. С. 30–37.

4. Марха К., Мусил Я. Клетка как электрический контур// Биофизика. 1977. т. 22. Вып. 5. С. 816 – 820

5. Акулов С.А. Импедансная оценка состояния клеточных суспензий в условиях космического полета// Инженерный вестник Дона, 2012, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1068.

6. Тарасова И. А., Леонова А. В., Синютин С. А. Алгоритмы фильтрации сигналов биоэлектрической природы// Инженерный вестник Дона, 2012, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481.

7. Chandler WK and Meves H. Slow changes in membrane permeability and long-lasting action potentials in axons perfused with fluoride solutions // J Physiol. 1970. №12. pp. 707–728.

8. Jackson J. D. Classical electrodynamics. New York, London, Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1962. 641 p.

9. Бецкий О. В., Кислов В. В., Лебедева Н. Н. Миллиметровые волны и живые системы. Москва: САЙНС-ПРЕСС, 2004. 272 с.

10. Чукова Ю. П. Нетепловые биоэффекты ММ-излучения в свете законов термодинамики и люминесценции// Миллиметровые волны в биологии и медицине. 2001. №4. С. 13–32.

References

1. Nikulin R.N. Biomedicinskie tekhnologii i radioelektronika. 2005. №3. pp. 10-17.

2. Nikulin R.N. Biologicheskoe dejstvie SVCH-izlucheniya nizkoj intensivnosti: monografiya [The biological effect of microwave radiation of low intensity: monograph.]. Volgograd: VolgGTU, 2011. 223 p.

3. Zhulev V. I., Ushakov I. A. Biomedicinskaya elektronika. 2001. № 7. pp. 30–37.

4. Marha K., Musil Ya. Kletka kak elektricheskij kontur [Cell as an electrical circuit]. Biofizika. 1977. T. 22. Vyp. 5. pp. 816 – 820.

5. Akulov S.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2012, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1068.

6. Tarasova I. A., Leonova A. V., Sinyutin S. A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2012, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481.

7. Chandler WK and Meves H. J Physiol. 1970. №12. pp. 707–728.

8. Jackson J. D. Classical electrodynamics. New York, London, Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1962. 641 p.

9. Beckij O. V., Kislov V. V., Lebedeva N. N. Millimetrovye volny i zhivye sistemy [Millimeter waves and living systems]. Moskva: SAJNS-PRESS, 2004. 272 p.

10. Chukova Yu. P. Millimetrovye volny v biologii i medicine. 2001. №4. pp. 13–32.