

## Математическое моделирование взаимодействия поверхностных волн в открытых анизотропно-градиентных волноводах

*А.И. Киреева, И.П. Руденко*

*Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет*

**Аннотация:** Рассмотрены особенности связи основных мод дискретного спектра двух связанных регулярных планарных волноводов, элементы тензора диэлектрической проницаемости которых зависят от пространственных координат, на основе полученной ранее системы интегро-квазидифференциальных уравнений и её решений. Проведено исследование потерь первых магнитных направляемых мод структур в оболочке, составляющей связанную систему, вызванных потерями во внешней среде.

**Ключевые слова:** связанные регулярные анизотропно-градиентные структуры, поверхностные волны, параметры градиентности элементов тензора диэлектрической проницаемости, потери направляемых мод.

Полученная система интегро-квазидифференциальных уравнений и её решения для амплитудных коэффициентов поверхностных и псевдоповерхностных волн, формула (7) из [1], включает в себя целый ряд частных случаев, которые активно обсуждаются в основном для регулярных волноведущих структур с переменными материальными характеристиками [2]. К ним можно отнести длиннопериодные решётки [3], лазерные системы с распределённой обратной связью [4], структуры на основе фотонных кристаллов и фрактальных образований [5,6], различные многопериодические и почти периодические волноводные узлы и элементы [7-10]. В частности представляет интерес анализ формирования разрешённых и запрещённых зон сложной периодической структуры, когда каждая половина периода имеет бианизотропноградиентный и метаструктурный характер. Формирование наперёд заданных коэффициентов связи по определённому критерию качества. Распространение в таких системах импульсов фемто и атто секундного диапазонов.

Если предположить, что в представленной системе (рис.1) волноведущие структуры одинаковые, и имеют, например, идентичную магнитогиротропную природу (одна и та же ориентация намагничённости),

---

причём кристаллографические оси, например, кубической решётки совпадают с осями заданной системы координат, то появляется возможность управления модовыми преобразованиями за счёт переменных характеристик магнитного состояния структуры, таких как направляющие косинусы магнитного момента, линейные и квадратичные магнитооптические параметры.

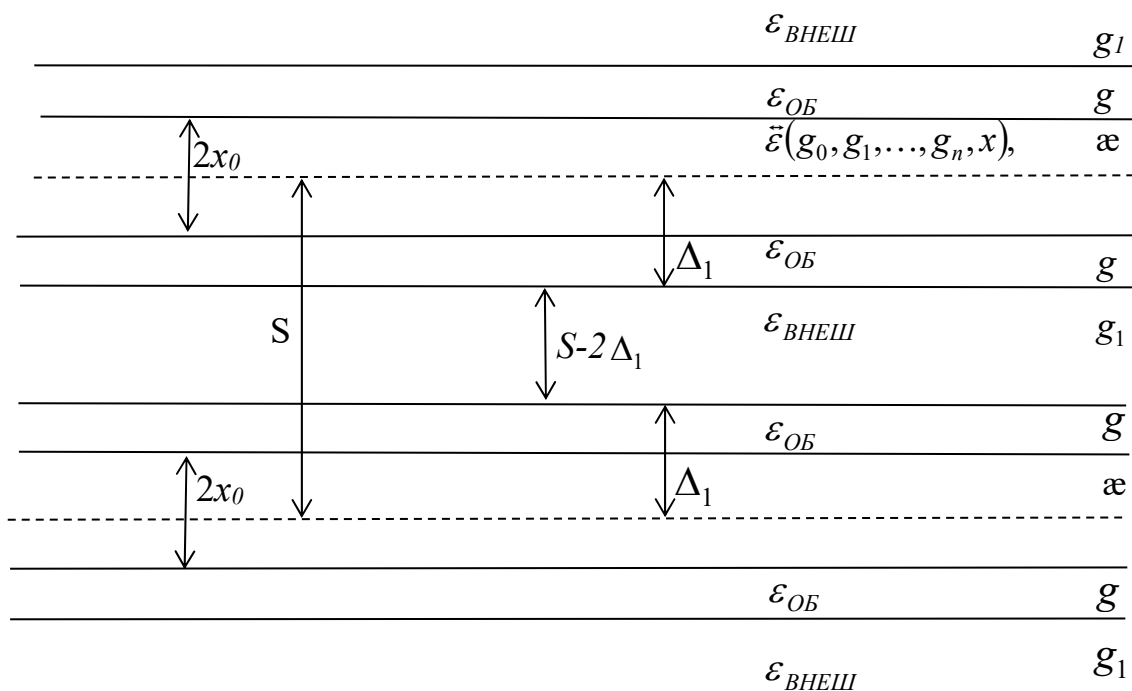


Рис.1.– Геометрия композиционной волноведущей структуры.

Градиентная анизотропия позволяет при одинаковых поперечных размерах получить эффективное взаимодействие не только в двухмодовом приближении с сохранением и без сохранения поляризации и не обязательно с одинаковыми модовыми числами. Эти процессы могут сопровождаться не взаимностью преобразований, когда хотя бы у одного из волноводов меняется направление вектора магнитного момента. Отдельный интерес представляют указанные процессы в противоположно намагниченных структурах вблизи их критических поперечных размеров. Реакция на

внешнее магнитное поле рассматриваемой системы должна быть существенно иной в сравнении с однородными связанными структурами. Это касается и изолированных регулярных и нерегулярных композиционных волноводов.

Эффективность практических приложений связанных уравнений (7) из [1] определяется собственными волнами (функциями поперечного сечения) смешанного спектра одиночных регулярных структур сравнения. Чем больше характеристик внутренней среды волновода учитывается, тем точнее определяются свойства рассматриваемой системы волноводов. Нахождение мод композиционных структур представляет самостоятельную задачу и встречает большие математические трудности. Обычно в распоряжении имеется набор решений волнового уравнения для однородных изолированных волноводов. Следовало бы предположить, что, увеличивая индексы  $m, \nu$  в представлении полей (5), [1] можно улучшить приближенное решение краевой задачи для полного электромагнитного поля. Однако, этот процесс может оказаться неустойчивым. Более того, погрешность решения может бесконечно возрастать вместе со степенью сложности системы уравнений при условии минимизации погрешности её составления. Очевидно, что устойчивость процесса вычисления амплитудных коэффициентов определяется совокупностью мод одиночных волноведущих структур сравнения. При использовании системы собственных волн регулярных однородных и анизотропно-градиентных структур мы в обоих случаях находим приближенное решение. Первый случай даёт неустойчивые приближения, а второй – устойчивые.

Интерес для практического использования теоретических результатов представляет реализация управления модовыми преобразованиями в волноведущей системе. Полученная система связанных уравнений и её некоторые решения для модовых амплитудных коэффициентов даёт

---

возможность не только учитывать многие факторы (изменение границ волноводов, градиентности и анизотропии материальных характеристик их внутренней среды), влияющие на процессы обмена энергией в композиционной системе и получить на этой основе достоверные расчётные данные, но и находить решения задач оптимального синтеза. К указанным процессам добавляется взаимное высвечивание высших волн, которые необходимо учитывать или улавливать дополнительными слабопоглощающими слоями или специальной оболочкой. Если в однородных структурах задачи анализа рассматриваемых систем сводились к построению приближенных аналитических выражений при определённых (обычно существенных) ограничениях, дающих ненадёжные оценки их параметров и качественные представления о происходящих в волноведущих системах преобразованиях волн, то с появлением композиционных структур из-за разнообразия свойств внутренней среды эти задачи заметно усложняются и расширяются. В однородных связанных и несвязанных структурах обычно рассматривается двухмодовое приближение при отсутствии зависимости коэффициента связи мод от продольной координаты, хотя понятно, что за счёт сочетания анизотропии, градиентности и геометрической нерегулярности, даже когда волноводы расположены достаточно далеко и справедлив одномодовый режим возможно существование эффективной связи с модами непрерывной части волнового спектра. Если предположить, что указанные потери ничтожно малы и справедлив одномодовый режим, использование простой теории связанных волн затруднительно из-за отсутствия синхронизации обмена энергии между направляемыми модами и переменной амплитудой и фазой Фурье компонент произвольной функции изменения границ волноводов.

Для возможности проведения сравнительных тестовых расчётов характеристик связанных волноводов со сложной и однородной внутренней

---

средой проведём некоторые упрощения. Будем считать, что эффективно связаны только две одинаково поляризованные собственные волны дискретного спектра, то есть влиянием остальных поверхностных и псевдоповерхностных волн пренебрегаем. Волноведущая система содержит две регулярные идентичные структуры, элементы тензора диэлектрической проницаемости внутренней среды которых представлены пространственными профилями из [2]. В системе уравнений (7) из [1] индексы у амплитудных коэффициентов  $m, l$  принимают значения 0 и 1:

$$\frac{\partial^2 C_0(g_0, g_1, \dots, g_n, z)}{\partial z^2} - 2j\gamma_0 \frac{\partial C_0(g_0, g_1, \dots, g_n, z)}{\partial z} + C_0(g_0, g_1, \dots, g_n, z) \cdot \Phi_{00}(g_0, g_1, \dots, g_n, \alpha_0, \alpha_0, z) + D_1 \cdot P_{10}(g_0, g_1, \dots, g_n, \alpha_0, \tilde{\alpha}_1, z) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 D_1(g_0, g_1, \dots, g_n, z)}{\partial z^2} - 2j\tilde{\gamma}_1 \frac{\partial D_1(g_0, g_1, \dots, g_n, z)}{\partial z} + C_0(g_0, g_1, \dots, g_n, z) \cdot \Pi_{01}(g_0, g_1, \dots, g_n, \alpha_0, \tilde{\alpha}_1, z) + D_1 \cdot O_{11}(g_0, g_1, \dots, g_n, \tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_1, z) = 0.$$

Из-за регулярности границ взаимодействующих волноводов, диагональными членами в их правых частях можно пренебречь. Считаем, что амплитудные коэффициенты  $C_0$  и  $D_1$  изменяется на длине волны незначительно. Это позволяет пренебречь производными второго порядка от амплитуд взаимодействующих мод по продольной координате. В результате получаем систему связанных уравнений, близкую по структуре к системе укороченных уравнений приближения связанных мод дискретного спектра, которую можно использовать для анализа развязки анизотропно-градиентных структур с помощью протяжённых по ширине оболочечных покрытиях. Чтобы отсутствовала перекачка мощности от направляемых волн оболочки к направляемым волнам волноводного канала, необходимо

создавать дополнительные (небольшие) потери в окружающей среде. В такой волноведущей структуре анализ очень громоздкий. Однако, считая, что поля вне оболочки малы и, используя две системы координат с центром в середине каждого композиционного слоя, можно значительно упростить задачу. Из-за потерь во внешней среде появляются потоки энергии, которые направлены перпендикулярно направлению распространения. Для их определения воспользуемся поперечной составляющей вектора Умова-Пойнтинга на границе оболочка-внешняя среда. После этого легко найти коэффициент потерь во внешней среде  $\delta = 2S_x/P$ .

Были проанализированы зависимости коэффициента потерь направляемых мод от потерь внешней среды (рис. 2,3).

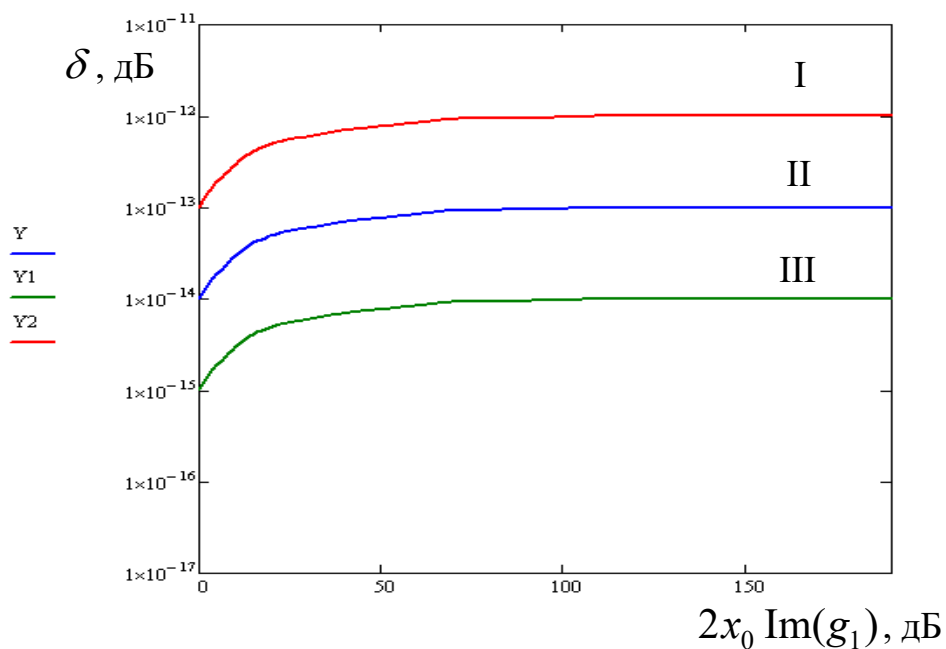


Рис. 2. – Зависимость потерь  $\delta$  направляемых мод связанных градиентных волноводов в оболочке, вызванных потерями во внешней среде

при  $(\Delta_1 - x_0)/x_0 = 5$ : I-  $g_2, g_4 = 0$ ;  $\varepsilon_{OB} = 0.9804$ ;  $\tilde{d} = 1$ ;  $\varkappa = 1.1842$ ;

II-  $g_2 = 10^{-2}$ ,  $g_4 = 10^{-4}$ ;  $\varepsilon_{OB} = 0.9804$ ;  $\tilde{d} = 1$ ;  $\varkappa = 1.5243$ ;

$$\text{III- } n = 4, g_4 = 6 \cdot 10^{-3}; \varepsilon_{OB}^{\vee} = 0.99; \tilde{d} = 1; \varkappa = 1.3775.$$

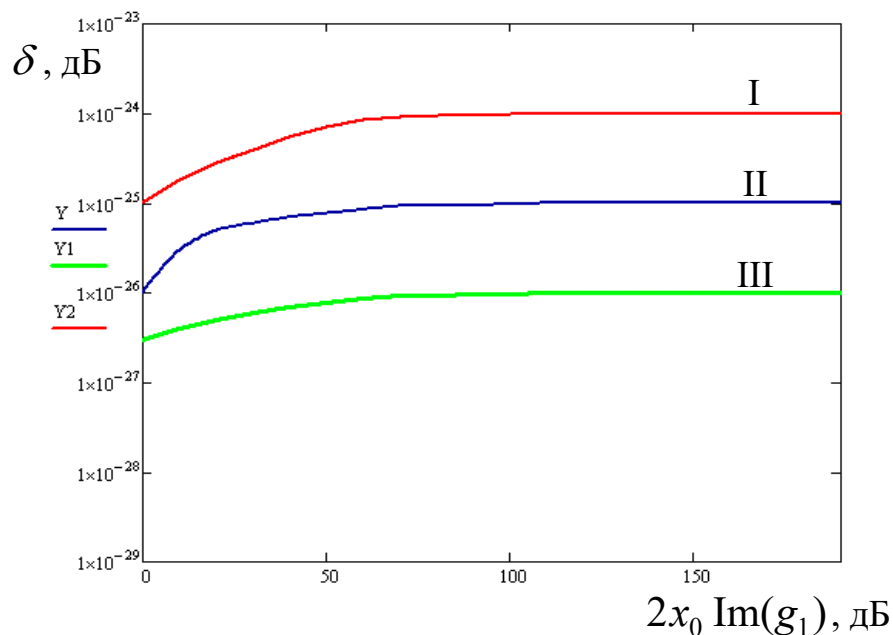


Рис. 3. – Зависимость потерь  $\delta$  направляемых мод связанных градиентных волноводов в оболочке, вызванных потерями во внешней среде

$$\text{при } (\Delta_1 - x_0)/x_0 = 10: \text{I- } g_2, g_4 = 0; \varepsilon_{OB}^{\vee} = 0.9804; \tilde{d} = 1; \varkappa = 1.1842;$$

$$\text{II- } g_2 = 10^{-2}, g_4 = 10^{-4}; \varepsilon_{OB}^{\vee} = 0.9804; \tilde{d} = 1; \varkappa = 1.5243;$$

$$\text{III- } n = 4, g_4 = 6 \cdot 10^{-3}; \varepsilon_{OB}^{\vee} = 0.99; \tilde{d} = 1; \varkappa = 1.3775.$$

На графиках показано, что, как и для обычных связанных структур, затухание у композиционных структур уменьшается при увеличении толщины оболочки. Кроме этого наблюдается зависимость от потерь во внешней среде от параметров градиентности поперечного пространственного профиля элементов тензора диэлектрической проницаемости. При увеличении параметров градиентности одного из диагональных элементов и потерь во внешней среде коэффициент потерь направляемых мод уменьшается. Степень влияния на приращение постоянной распространения

мод и коэффициента потерь от параметров градиентности определяется формой пространственных распределений. Когда  $g_2 \neq 0$  и  $g_4 \neq 0$  или  $g_2 \neq 0, g_4 = 0, n = 2$  их величина максимальна. Она уменьшается с ростом показателя  $n$  и при  $n = 10$  практически совпадает с аналогичными кривыми однородной связанной структуры. Таким образом, при прочих равных условиях (одинаковой относительной толщине оболочки, расстояния между оболочками волноводов, потерь во внешней среде) создание указанных поперечных пространственных профилей элементов диэлектрической проницаемости позволяет улучшать развязку композиционных волноводов и регулировать распределённую связь между направляемыми модами в необходимых пределах.

Подведём основные итоги и рассмотрим полученные в ходе исследования результаты. В работе проведены теоретические исследования связанной композиционной системы, состоящей из двух регулярных анизотропно-градиентных планарных структур, главные оси тензора диэлектрической проницаемости которых совпадают с осями декартовой системы координат, а элементы имеют различные пространственные распределения. Для этого воспользовались представлением поля связанной системы совокупностью электрических и магнитных волн смешанного спектра регулярных симметричных неоднородных анизотропных волноводов [3], и полученной ранее системой связанных интегро-квазидифференциальных уравнений относительно амплитудных коэффициентов взаимодействующих мод. Такой подход позволил учесть влияние анизотропии и неоднородности на поперечную и продольную зависимости модовых преобразований. Удалось проследить за модовыми преобразованиями с сохранением поляризации, учесть фазовые соотношения между взаимодействующими модами и функциями изменения материальных характеристик связанных структур и их зависимость от параметров градиентности элементов тензора

---



диэлектрической проницаемости волноведущих сред. Доказана возможность эффективного управления взаимодействием с модами непрерывного спектра за счёт изменения параметров и характеристик композиционных искусственных сред, а также её невзаимность. Проведено сравнение потерь в оболочке с аналогичными в обычной связанной системе. Полученные результаты прекрасно согласуются с результатами, полученными ранее для связанной системы регулярных планарных изотропных волноводов, элементы тензора диэлектрической проницаемости которых не зависят от пространственных координат.

### Литература

1. Киреева А.И., Руденок И.П. Волноводные свойства открытых планарных связанных нерегулярных композиционных структур // Инженерный вестник Дона, 2015, №1, ч.2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2859](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2859).

2. Руденок И.П. Распространение поверхностных волн в открытых слоистых градиентных периодических структурах / И.П. Руденок, А.И. Киреева, Т.В. Филичёва // Физика и технические приложения волновых процессов = The physics and technology of wave processes: X Междунар. науч.-техн. конф., 11-17 сент. 2011г., Самара, Россия.- Самара: [ООО «Книга»], 2011. – С. 144-145.

3. Руденок И.П. Поверхностные волны вдоль слоёв градиентности в периодических композиционных структурах / И.П. Руденок, А.И. Киреева, Т.В. Филичёва // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2012. Т. 15, № 4. – С.41-47.

4. Киреева А.И. Взаимодействие направляемых мод в анизотропно-градиентных периодических волноводах / А.И. Киреева, И.П. Руденок //

---

Физика и технические приложения волновых процессов = The physics and technology of wave processes: XII Междунар. науч.-техн. конф., 22-26 сент. 2014г., Самара, Россия.- Самара: Самарское книжное издательство , 2014. – С. 120-122.

5. Киреева А.И. Особенности взаимодействия поверхностных волн в наноглобулярной композиционной фотонной структуре / А.И. Киреева, И.П. Руденок, А.П. Поздняков; Мин-во образования и науки Рос. Федерации // Наука и образование в XXI веке: сб. науч. Тр. По материалам Междунар. науч.- практ. конф., 30 дек. 2013г. – Москва: АР-Консалт, 2014. – Ч.1. – С. 153-155.

6. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. – М.: Логос, 2002.-664 с. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. – М.: Логос, 2002.-664 с.

7. Robert G. Hunsperger. Integrated optics. Theory and technology. 6 th. ed., 2009, 513 p.

8. Erogan T. Fiber grating spectra. J. Lightwave Technol., 1997, V. 15. № 8, pp. 1277-1294.

9. Иванов О.В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных структурах PDF. Ульяновск: УлГТУ, 2010. - 262 с.

10. Акопов А.А., Лерер А.М. Сравнение параметров Рамановского усиления в фотонных кристаллах разной конфигурации // Инженерный вестник Дона, 2014, №3 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2543](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2543).

## References

1. Kireeva A.I. Rudenok I.P. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, № 1, part 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2859](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2859).

---

2. Rudenok I.P., Kireeva A.I., Filichjova T.V. X Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija “Fizika i tehnicheckie prilozhenija volnovyh processov”: trudy (International Science and Technical Conference “The physics and technology of wave processes”), Samara, 2011, pp.144-145.
3. Kireeva A.I., Rudenok I.P., Filichjova T.V. Fizika volnovyh processov i radiotehnicheckie sistemy, 2012. V. 15, № 4. pp. 41-47.
4. Rudenok I.P., Kireeva A.I. XII Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija “Fizika i tehnicheckie prilozhenija volnovyh processov”: trudy (International Science and Technical Conference “The physics and technology of wave processes”), Samara, 2014, pp.120-122.
5. Kireeva A.I., Rudenok I.P., Pozdnjakov A.P. Mezhdunarodnaja nauchno-practicheckaja konferencija "Nauka i obrazovanie v XXI veke": trudy (International Scientific Practically conference “Science and Education in the XXI century”, 30th of december of 2015). Moscow, 2014. Part 1. pp.153-155.
6. Potapov A.A. Fraktaly v radiofizike i radiolokacii [Fractals in physics and radiolocation]. Moscow: Logos, 2002. 664 p.
7. Robert G. Hunsperger. Integrated optics. Theory and technology. 6 th. ed., 2009, 513 p.
8. Erogan T. Fiber grating spectra. J. Lightwave Technol., 1997, V. 15. № 8, pp. 1277-1294.
9. Ivanov O.V. Rasprostranenie jelektromagnitnyh voln v anizotropnyh i bianizotropnyh strukturah [Distribution of electromagnetic waves in anisotropic and bianizotropic structures]. Ul'janovsk: UIGTU, 2010. 262 p.
10. Akopov A.A., Lerer A.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, № 3 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2543](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2543).