

## Динамический метод расчета грунтов при ударных воздействиях

*А.Ю. Савенков*

*Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет*

**Аннотация:** Многие задачи, связанные с высокоскоростным взаимодействием с грунтом, представляют собой интересную область исследований. Например, падение тяжелых предметов на поверхность земли не только создает эффект динамического удара, но и может служить эффективным методом уплотнения грунта под будущие фундаменты зданий и сооружений. Этот процесс, наряду с проникновением объектов в грунт, ставит новые задачи для исследователей. Наиболее точные результаты в этих сложных сценариях можно получить, применяя нелинейную динамическую постановку, что позволяет глубже понять механизмы взаимодействия и обеспечить надежность конструкций в условиях экстремальных нагрузок. Для этого необходимо использовать соответствующие подходы к моделированию. Кроме этого, грунт при таком воздействии проявляет свойства жидкости или газа, поэтому необходимо использовать специальные грунтовые модели. В работе приведены основные базовые соотношения и основные параметры грунтовых моделей необходимых при динамическом расчете грунтов, которые могут быть полезны при моделировании работы грунтового массива в современных программных комплексах.

**Ключевые слова:** физическая нелинейность, демпфирование, грунт, основание зданий и сооружений, дилатансия, уплотнение грунта, поровое давление, плотность грунта, модуль деформации, численная модель грунта.

### Введение

Динамический метод, основанный на применении метода конечных элементов, представляет собой хороший инструмент для анализа сложных процессов в грунтах при использовании мощных программных комплексов. Используя методы прямого интегрирования уравнений движения, исследователи получили впечатляющие результаты в изучении поведения грунтов и распространения волн сжатия, возникающих при падении тяжелых предметов на их поверхность грунта [1, 2]. Эта методика не только позволяет глубже понять напряженно-деформированное состояние грунтов, но и открывает новые возможности для проектирования оснований и фундаментов в условиях воздействия ударных нагрузок.

Дифференциальное уравнение движения описывает, как изменяется положение объекта во времени под воздействием различных факторов и записывается оно следующим образом:

---

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f^a. \quad (1)$$

При явной схеме:

$$M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + Ku_t = f_t^a. \quad (2)$$

Вектор ускорений при этом определяется по формуле:

$$a_t = M^{-1}(f_t^{ext} - f_t^{int}), \quad (3)$$

где  $f_t^{ext}$  – вектор внешних сил (воздействие);

$f_t^{int}$  – вектор внутренних сил (реакции).

Учёт нелинейности выполняется через вектор внутренних сил  $\{F\}$ :

$$f_t^{int} = \Sigma \left( \int_{\Omega} [B^T] \{\sigma\} d\Omega + \{F^{cont}\} \right), \quad (4)$$

где  $B$  – матрица деформаций-перемещений;

$\sigma$  – вектор перемещений;

$F^{cont}$  – вектор контактных сил.

Векторы скоростей и перемещений вычисляются по формулам:

$$v_{t+\Delta t/2} = v_{t-\Delta t/2} + a_t \Delta t, \quad (5)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + v_{t+\Delta t/2} \frac{\Delta t_t + \Delta t_{t+\Delta t}}{2}. \quad (6)$$

Явный метод интегрирования в численных расчетах требует тщательного подхода к выбору шага интегрирования и, чтобы обеспечить стабильность и точность вычислений, необходимо в процессе решения дифференциальных уравнений строго соблюдать условие Куранта-Фридриха-Леви. Без этого результаты расчета теряют свою эффективность и надёжность.

$$0 \leq \Delta t \leq N \frac{l}{c}, \quad (7)$$

где  $N$  – коэффициент безопасности;

$l$  – размер наименьшего элемента;

$c$  – скорость звука в элементе.

Как известно из работ [3, 4], при высоких деформациях грунт начинает вести себя как жидкость или газ, что ставит задачу поиска иных подходов к моделированию процесса [5]. Так, если мы попробуем описать поведение грунта с помощью Лагранжевого метода (см. рис. 1), где элементы движутся вместе со своим материалом, то столкнёмся с ограничениями этого подхода, связанного с проблемами больших деформаций сетки конечных элементов. Этот метод прекрасно подходит для анализа твёрдых тел при небольших деформациях. Таким образом, мы сталкиваемся с необходимостью поиска более адаптивных методов, способных учесть динамическое поведение грунта в условиях высоких деформаций.

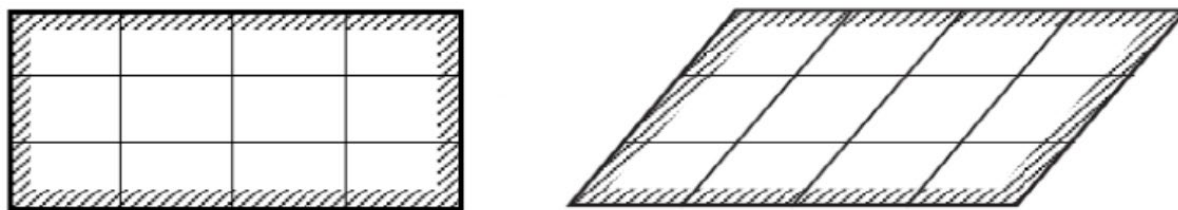


Рис. 1. – Лагранжево описание движения сред

В Эйлеровом методе [5] сетка конечных элементов сохраняет свою первоначальную форму, позволяя материалу свободно перетекать из одного элемента в другой (см. рис. 2). Этот подход, изначально разработанный для анализа поведения газов и жидкостей, оказывается особенно эффективным и для грунтовых исследований при высоких динамических нагрузках, что позволяет моделировать сложные процессы, происходящие в грунте, когда он начинает вести себя как текучая среда. Таким образом, Эйлеров метод, описанный еще самим Леонардом Эйлером (1707–1783), в применении с компьютерным моделированием процессов движения становится хорошим инструментом для глубокого понимания поведения грунтов в условиях резких и быстрых воздействий, открывая новые возможности в инженерных и научных исследованиях.

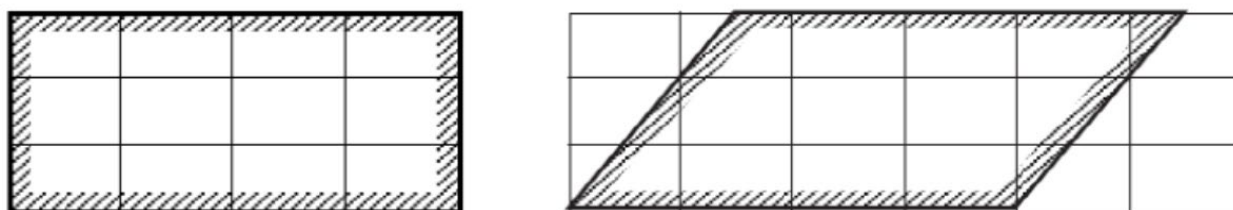


Рис. 2. – Эйлерово описание движения сред

### Модель грунтового материала

Поведение грунтов, как многофазной структуры — это сложный и многогранный процесс, на который влияет множество факторов, играющих ключевую роль в точности численного расчета. Рассмотрим некоторые из них:

- пластичность и упругость грунтов, характеристики определяют, как грунт реагирует на нагрузки. Пластичные грунты могут деформироваться под воздействием силы, сохраняя при этом свою форму, в то время как упругие грунты возвращаются в исходное состояние после снятия нагрузки;

- дилатансия, явление, при котором грунт изменяет свой объем при сдвиговых деформациях;

- упрочнение и разупрочнение грунтов описывают, как грунт может становиться более прочным или, наоборот, терять свои механические свойства в зависимости от условий воздействия. Это важно учитывать при проектировании фундамента или других конструкций;

- зависимость прочности от высокой скорости деформации, когда грунты ведут себя по-разному в зависимости от того, насколько быстро на них действуют силы;

- влияние порового давления, что существенно изменяет его механические свойства. Учет этого фактора критически важен для оценки устойчивости склонов и подземных конструкций;

- учет оттока воды. Вода в грунте не только влияет на его прочность, но и на его поведение в целом.

Каждый из этих факторов взаимодействует друг с другом, создавая уникальные условия для поведения грунтов. Понимание этих нюансов позволяет инженерам и геотехникам более точно прогнозировать поведение грунтов.

В применении к численным расчетам при анализе поведения грунтов широко применяется классическая модель Мора-Кулона (рис. 3) [5]. Однако, в ней не описываются все необходимые факторы, которые необходимо учесть в нашей задаче, поэтому не следует ожидать нужной точности и надежности расчетов.

Тем не менее, существует модифицированная модель материала Мора-Кулона, основанная на исследованиях [4, 5]. В этой усовершенствованной версии поверхность текучести представлена в виде гиперболоида, что позволяет приспособить классическую модель к высоконелинейному процессу расчета грунтов при проникании в него. Этот «приближенный» подход к поверхности Мора-Кулона (рис. 4) делает его более точным и эффективным. Таким образом, переход к модифицированной модели не только оптимизирует процесс, но и повышает уровень доверия к получаемым результатам, где поверхность текучести Мора-Кулона может быть описана функцией:

$$F = -P \sin \varphi + K(\theta) \sqrt{J_2} - c \cos \varphi = 0, \quad (8)$$

где  $P$  – среднее давление;  $\varphi$  – угол внутреннего трения;  $K(\theta)$  – функция угла  $\theta$  в девиаторной плоскости;  $\sqrt{J_2}$  – корень квадратный из второго инварианта девиатора напряжений;  $c$  – сцепление.

Поверхность текучести модифицированной грунтовой модели Мора-Кулона описывается уравнением:

$$F = -P \sin \varphi + \sqrt{J_2 K(\theta)^2 + a^2 \sin^2 \varphi} - c \cos \varphi = 0, \quad (9)$$

где  $a$  – коэффициент приближения поверхности модифицированной версии к поверхности классической модели Мора-Кулона.

Параметры грунта, которые необходимо использовать приведены в таблице 1.

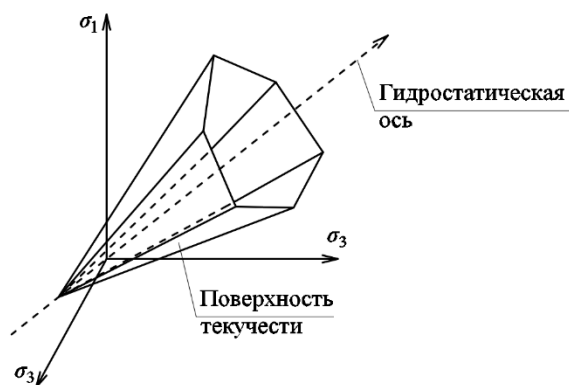


Рис. 3. – Классическая поверхность текучести Мора – Кулона

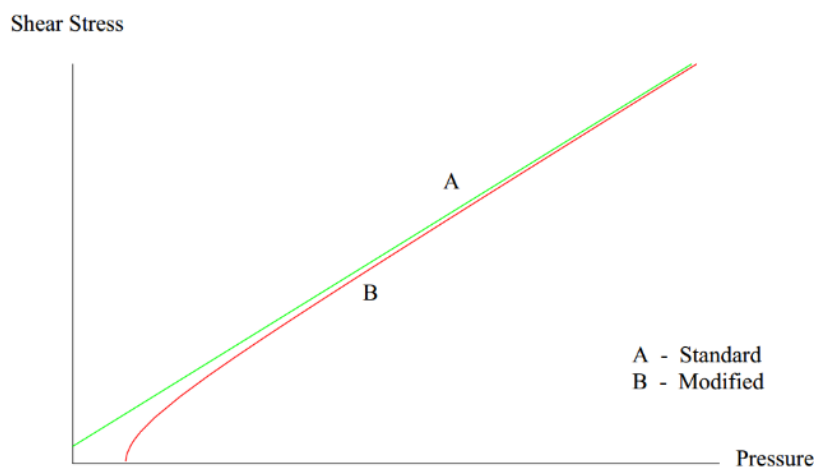


Рис. 4. – Сравнение стандартной и модифицированной поверхности текучести в меридиональной плоскости (сечение «касательное напряжение – среднее напряжение»)

Таблица № 1

Параметры грунта, учитываемые в грунтовой модели.

№ п/п	Параметры грунта	Обозначение параметра	Единицы измерения
1	Плотность грунта	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>
2	Плотность воды	$\rho_w$	кг/м <sup>3</sup>
3	Относительный вес частиц грунта	$\gamma_{sp}$	-
4	Влажность в долях единицы	$m_c$	-
5	Объемный модуль скелета грунта, для учета порового давления	$K$	МПа
6	Параметр влияния порового давления на объемный модуль	$D_1$	Па <sup>-1</sup>
7	Модуль сдвига	$G$	МПа
8	Сцепление	$c$	кПа
9	Угол внутреннего трения	$\varphi_{max}$	рад.
10	Параметр, в процентах от $\varphi_{max}$ , где начинаются нелинейность	$A_n$	-
11	Величина нелинейного эффекта	$E_t$	-
12	Коэффициент для модифицированной поверхности Друкера-Прагера	$a$	кПа
13	Параметр эксцентricности поверхности текучести в девиаторной плоскости	$e$	рад.
14	Минимальное значение угла внутреннего трения при остаточной прочности в радианах	$\varphi_{res}$	рад.
15	Параметр определяющий объемный модуль в полностью водонасыщенном грунте	$K_{sk}$	рад.
16	Параметр, контролирующий поровое давление перед завершением сжатия грунта за счет объема пор, занятых воздухом	$D_2$	рад.
17	Параметр вязкопластичности	$\gamma_r$	-
18	Параметр вязкопластичности	$N$	-
19	Объемная деформация в начале порога повреждения	$\xi_0$	-
20	Энергия формирования пор	$G_f$	Н·м <sup>-1</sup>
21	Уровень повреждения, при котором будет исключен элемент	$d$	-
22	Максимум главной деформации разрушения	$\varepsilon^{max}$	-

Для решения сложных задач в области нелинейной динамики используются различные программные комплексы, и одним из самых мощных среди них является LS-DYNA [6, 7]. Этот программный инструмент позволяет эффективно моделировать динамические процессы [8], используя метод центральных разностей [9, 10].

Интегрирование уравнений по времени осуществляется с помощью явной схемы второго порядка точности, что обеспечивает высокую степень точности расчетов [10]. При этом особое внимание уделяется соблюдению условия устойчивости по критерию Куранта, что гарантирует надежность и стабильность вычислений. Благодаря этим возможностям LS-DYNA становится хорошим инструментом для инженеров и исследователей, для исследования динамических явлений и точному прогнозированию их поведения.

**Выводы:** В данной работе представлены основные данные, необходимые для анализа грунтового основания под воздействием высокоскоростных нагрузок, возникающих при падении тяжелых объектов или их проникновении в грунт. Такие данные необходимы для проектирования надежных оснований и повышения безопасности в различных инженерных приложениях. Таким образом, исследование высокоскоростных процессов в грунтовом массиве имеют важное значение, что можно применить при изучении процессов уплотнения грунтов трамбовками. При этом наиболее точным подходом к этому является динамический метод с использованием специальных грунтовых моделей, что может послужить основой для дальнейших исследований.

### Литература

1. Мкртычев О.В., Савенков А.Ю. Нелинейный расчет встроенного подземного сооружения на воздействие воздушной ударной волны с учетом



обрушения надземной части // Инженерный вестник Дона, 2023, № 1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8133](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8133)

2. Мкртычев О.В., Новожилов Ю.В., Савенков А.Ю. Воздействие тяжелого предмета на подземное сооружение при падении на поверхность грунта // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 4. С. 425–438. URL: [dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-4-425-438](https://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-4-425-438)

3. Болдырев Г.Г., Арефьев Д.В., Муйземник А.Ю. Идентификация параметров моделей грунтов. URL: [docplayer.ru/68796939-Identifikaciya-parametrov-modeley-gruntov-boldyrev-g-g-arefev-d-v-muyzemnik-a-yu-ooo-npp-geotek-annotaciya.html](https://docplayer.ru/68796939-Identifikaciya-parametrov-modeley-gruntov-boldyrev-g-g-arefev-d-v-muyzemnik-a-yu-ooo-npp-geotek-annotaciya.html)

4. Manual for LS-DYNA Soil Material Model 147Evaluation / Report No FHWA-HRT-04-095. – Lincoln, University of Nebraska. - 77 с.

5. Evans W., Jonson D., Walker M. An Eulerian approach to soil impact analysis for crashworthiness applications. International Journal of Impact Engineering. 2016;91: 14–24. URL: [doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.12.011](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.12.011)

6. Huang Yuli, Willford Michael R. Validation of LS-DYNA® MMALE with Blast Experiments // 12th International LS-DYNA® Users Conference. 2012. URL: [dynamook.com/12th-international-ls-dyna-conference/blast-impact20-c.pdf](http://dynamook.com/12th-international-ls-dyna-conference/blast-impact20-c.pdf)

7. Manmohan Goel, Vasant Matsagar, Anil Gupta. An Abridged Review of Blast Wave Parameters // Defence Science Journal. 2012. Vol. 62. Issue 5. Pp. 300–306. DOI: 10.14429/dsj.62.1149

8. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат. 1982. 448 с.

9. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method // Journal of Computational Physics. 1979. Vol. 32. Issue 1. Pp. 101–136. DOI: 10.1016/0021-9991(79)90145-1

10. LS-DYNA. Keyword user's manual. 2017. Vol. I. Version 971. Livermore Software Technology Corporation (LSTC). URL: [dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-manual-r-8.0-vol-iii](https://dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-manual-r-8.0-vol-iii)

### References

1. Mkrtychev O.V., Savenkov A.Yu. Inzhenernyj vestnik Dona. 2023, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8133](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8133)
2. Mkrtychev O.V., Novozhilov Yu.V., Savenkov A.Yu. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2021; 17(4):425–438. URL: [dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-4-425-438](https://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-4-425-438)
3. Boldyrev G.G., Aref'ev D.V., Muzzemnik A.Yu. Identifikaciya parametrov modeley gruntov [Identification of soil model parameters]. URL: [docplayer.ru/68796939-Identifikaciya-parametrov-modeley-gruntov-boldyrev-g-g-arefev-d-v-muzzemnik-a-yu-ooo-npp-geotek-annotaciya.html](https://docplayer.ru/68796939-Identifikaciya-parametrov-modeley-gruntov-boldyrev-g-g-arefev-d-v-muzzemnik-a-yu-ooo-npp-geotek-annotaciya.html)
4. Manual for LS-DYNA. Report No FHWA-HRT-04-095. Lincoln, University of Nebraska. - 77 с.
5. Evans W., Jonson D., Walker M. International Journal of Impact Engineering. 2016; 91: 14–24. URL: [doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.12.011](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.12.011)
6. Huang Yuli, Willford Michael R. 12th International LS-DYNA® Users Conference. 2012. URL: [dynalook.com/12th-international-ls-dyna-conference/blast-impact20-c.pdf](https://dynalook.com/12th-international-ls-dyna-conference/blast-impact20-c.pdf)
7. Manmohan Goel, Vasant Matsagar, Anil Gupta. Defence Science Journal. 2012. Vol. 62. Issue 5. Pp. 300–306. DOI: 10.14429/dsj.62.1149
8. Bate K., Vilson Ye. (1982). Chislennyye metody analiza i metoda konechnykh elementov [Numerical methods of analysis and finite element method]. M.: Stroyizdat. 448.
9. Van Leer B. J. (1979). J. Comput. Phys. V. 32, No. 1. pp. 101-136.



10. LS-DYNA. Keyword user's manual. 2017. Vol. I. Version 971. Livermore Software Technology Corporation (LSTC). URL: [dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-manual-r-8.0-vol-iii](https://dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-manual-r-8.0-vol-iii).

**Дата поступления: 21.02.2025**

**Дата публикации: 15.03.2025**