Оценка прочности и деформативности частично предварительно напряженных элементов по деформационной модели

С.Х. Байрамуков, З.Н. Долаева

Северо-Кавказская государственная гуманитарно-технологическая академия, Черкесск

Аннотация: Рассмотрена деформационная модель применительно к изгибаемым элементам, наиболее характерным для частично предварительно напряженных железобетонных конструкций. Исследована несущая способность и деформативность частично предварительно напряженных конструкций. Приведены критерии прочности по сжатому бетону, отвечающему достижению предельных деформаций в сжатом бетоне, а также по растянутой продольной арматуре, характеризующейся достижением предельных деформаций либо в напрягаемой, либо в ненапрягаемой арматуре. Проведен анализ результатов расчета прочности и деформативности частично предварительно напряженных конструкций при кратковременном и длительном действии нагрузки по деформационной модели и по нормам. Показана, что деформационная модель достаточно точно оценивает по прочности и деформациям частично предварительно напряженные железобетонные элементы при различном характере нагружения, для любых сочетаний напрягаемой и ненапрягаемой арматуры.

Ключевые слова: частично предварительно напряженные элементы, деформативность, прочность, ненапрягаемая арматура, диаграммы состояния, деформационная модель.

Настоящее исследование имеет практическую направленность и посвящено совершенствованию методов расчета железобетонных изгибаемых элементов.

Для количественной оценки относительного усилия, воспринимаемого предварительно напряженной частью арматуры, в частично предварительно напряженных элементах вводят понятие коэффициента частичного предварительного напряжения k_p: $k_p = \dfrac{\sigma_{0,2} A_{sp}}{\sigma_{0,2} A_{sp} + \sigma_s A_s}$, где $\sigma_{0,2}$ - условный предел текучести напрягаемой арматуры; σ_s - условный или физический предел текучести ($\sigma_{0,2}$ или σ_y) ненапрягаемой арматуры. Наибольшая эффективность частично предварительно напряженных элементов проявляется в тех случаях, когда напряжения в напрягаемой и ненапрягаемой арматуре в предельном состоянии достигают расчетных сопротивлений. Это обеспечивается при соответствующих значениях высоты сжатой зоны элемента и уровня предварительного напряжения $\sigma_{sp}/\sigma_{0,2}$.

В общем случае задача оптимизации соотношения между сечениями напрягаемой и ненапрягаемой арматуры для частично предварительно напряженных элементов с учетом стоимости поперечной арматуры многократно сложнее и решается методом итераций. Деформационная модель в настоящее время получает широкое распространение для расчета железобетонных элементов по нормальным сечениям при действии изгибающих моментов и продольных сил.

Разработке деформационной модели посвящены работы многих отечественных и зарубежных специалистов. Она включена как основной метод расчета в международные нормативные документы, а также в нормативные документы Российской. Поэтому представляется весьма важным и полезным рассмотреть ее использование для расчета частично предварительно напряженных железобетонных конструкций [1-3].

При расчете железобетонных элементов по деформациям учитывается работа растянутого бетона между трещинами с помощью средних деформаций арматуры на участке между трещинами [1, 4, 5].

Рассмотрена деформационная модель применительно к изгибаемым элементам, наиболее характерным для частично предварительно напряженных конструкций. Исходная система расчетных уравнений для частично предварительно напряженных элементов приобретает вид:

- уравнения равновесия

$$M = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} \cdot z_{bi} + \sum_j \sigma_{s1j} \cdot A_{s1j} \cdot z_{s1j} + \sum_j \sigma_{s2j} \cdot A_{s2j} \cdot z_{s2j} \quad (2)$$

$$\sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} + \sum_j \sigma_{s1j} \cdot A_{s1j} + \sum_j \sigma_{s2j} \cdot A_{s2j} = 0 \quad (3)$$

- уравнения деформирования

$$\varepsilon_{bi} = \frac{1}{r} \cdot z_{bi}; \quad (4); \qquad \varepsilon_{s1j} = \frac{1}{r} \cdot z_{s1j}; \quad (5); \quad \varepsilon_{s2j} = \frac{1}{r} \cdot z_{s2j}. \quad (6)$$

- уравнения связи между деформациями и напряжениями

$$\sigma_{bi} = f_b(\varepsilon_{bi}); \quad (7) \quad \sigma_{s1j} = f_{s1}(\varepsilon_{s1j} + \varepsilon_{sp}); \quad (8) \quad \sigma_{s2j} = f_{s2}(\varepsilon_{s2j}). \quad (9)$$

В представленных уравнениях параметры с индексом “1” относятся к предварительно напряженной арматуре, а параметры с индексом “2” относятся к ненапрягаемой арматуре. Функции f_{s1} и f_{s2} характеризуют диаграммы соответственно для предварительно напряженной арматуры и ненапрягаемой арматуры [1, 6, 7].

При использовании расчетной системы уравнений (2 – 9) в нее вводятся характеристики напрягаемой и ненапрягаемой арматуры. При этом коэффициенты упругости для напрягаемой арматуры определяются по формуле:

$$\nu_{s1j} = \frac{1}{E_{s1}} \cdot \frac{\sigma_{s1j}}{\varepsilon_{s1j} + \varepsilon_{sp}}, \qquad (10)$$

а для ненапрягаемой арматуры по формуле

$$\nu_{s2j} = \frac{1}{E_{s2}} \cdot \frac{\sigma_{s2j}}{\varepsilon_{s2j}}. \qquad (11)$$

Критерий прочности принимается по сжатому бетону или по растянутой арматуре. При критерии прочности по сжатому бетону, отвечающему достижению предельных деформаций в сжатом бетоне, в расчетные зависимости вводятся соответствующие напряжения в напрягаемой и ненапрягаемой арматуре, полученные при достижении предельных деформаций в бетоне [3, 8, 9].

Критерий прочности по растянутой продольной арматуре характеризуется достижением предельных деформаций либо в напрягаемой, либо в ненапрягаемой арматуре.

В качестве исходной диаграммы бетона была принята криволинейная диаграмма с алгебраическим описанием, принятым в международных нормативных документах $\sigma_b = \frac{\delta \cdot \eta - \eta^2}{1 + (\delta - 2) \cdot \eta} \cdot R_b$, где $\eta = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bo}}$, $\delta = \frac{E_b \cdot \varepsilon_{bo}}{R_b}$.

Для сближения расчетной диаграммы с фактической можно принять повышенные граничные напряжения для первого участка, равные средним значениям σ_{sm} между условным пределом текучести R_s и предельными напряжениями $\sigma_{s,ult}$: $\sigma_{sm} = \frac{R_s + \sigma_{s,ult}}{2}$. В этом случае аналитическое описание диаграммы может быть представлено в виде $\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$ при $0 \le \varepsilon_s < \varepsilon_{s,el1}$ и $\sigma_s = \sigma_{sm} + (\sigma_{s,ult} - \sigma_{sm}) \cdot \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s,el1}}{\varepsilon_{s,ult} - \varepsilon_{s,el1}}$ при $\varepsilon_{s,el1} \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,ult}$. Величина деформаций $\varepsilon_{s,el1}$ определяется по формуле $\varepsilon_{s,el1} = \frac{\sigma_{sm}}{E_s}$ [1, 10].

Влияние предварительного напряжения в рамках деформационной модели может учитываться путем определения напряжений σ_s по исходной диаграмме состояния предварительно напряженной арматуры от суммарных деформаций $\varepsilon_{s\Sigma}$, включающих предварительное удлинение арматуры ε_{sp} и деформации арматуры ε_s, полученные в результате деформирования элемента от внешних воздействий, исходя из линейного распределения деформаций по высоте сечения. $\varepsilon_{s\Sigma} = \varepsilon_{sp} + \varepsilon_s$. При этом предварительные удлинения определяются после проявления всех потерь предварительного напряжения. В результате в расчетные зависимости диаграмм состояния напрягаемой арматуры вместо величины ε_s вводится величина $\varepsilon = \varepsilon_{sp} + \varepsilon_s$.

Применение деформационной модели позволяет решать задачи расчета железобетонных элементов на качественно новом, более высоком уровне. Использование полных диаграмм состояния бетона и арматуры, охватывающих их упругую, неупругую и пластическую работу, позволяет комплексно учитывать работу элемента, в отличие от применяемого ранее так называемого метода расчета по допускаемым напряжениям, который учитывал только упругую работу бетона и арматуры, а также в отличии от применяемого в действующих нормах метода расчета по предельным усилиям, который учитывает только пластическую работу бетона и арматуры с дополнительными эмпирическими добавками.

Влияние растянутого бетона на деформации арматуры между трещинами может учитываться с помощью коэффициента ψ_s определяющего средние деформации арматуры между трещинами. В этом случае средние деформации арматуры определяются как деформации арматуры в трещине, умноженные на коэффициент ψ_s: $\varepsilon_{sm} = \psi_s \cdot \varepsilon_s$.

Величина коэффициента ψ_s, определяется по формуле $\psi_s = 1 - \beta \dfrac{\varepsilon_{s,crc}}{\varepsilon_s}$, где $\varepsilon_{s,crc}$ - деформации арматуры в момент образования трещин в бетоне нормального сечения, а ε_s - деформации арматуры в нормальном сечении с трещиной от внешней нагрузки. Величины деформаций арматуры $\varepsilon_{s,crc}$ определяются от действия усилий от внешней нагрузки, отвечающих расчетным усилиям образования трещин. Коэффициент β определяется в зависимости от длительности действия нагрузки и сцепления арматуры с бетоном.

В рассматриваемых элементах результате выражения, определяющие связь между напряжениями и деформациями арматуры могут быть представлены в виде:

для предварительно напряженной арматуры класса К1500, расположенной в растянутой зоне $\sigma_s = \left(\varepsilon_s + \varepsilon_{sp}\right) \cdot E_s$ при $0 \le \varepsilon_s + \varepsilon_{sp} \le \varepsilon_{s,el}$, и

$\sigma_s = \sigma_{sm} + \left(\sigma_{s,ult} - \sigma_{sm}\right) \cdot \dfrac{\left(\varepsilon_s + \varepsilon_{sp}\right) - \varepsilon_{s,ult}}{\varepsilon_{s,ult} - \varepsilon_{s,el}}$ при $\varepsilon_{s,el} \le \varepsilon_s + \varepsilon_{sp} \le \varepsilon_{s,ult}$, в этих выражениях $\varepsilon_{s,el} = \dfrac{\sigma_{sm}}{E_s}$, $\sigma_{sm} = \dfrac{R_s + \sigma_{s,ult}}{2}$;

для преднапряженной арматуры К1500, расположенной в сжатой зоне

$\sigma_s = \left(\varepsilon_{sp} - \varepsilon_s\right) \cdot E_s$ при $0 \le \varepsilon_s + \varepsilon_{sp} \le \varepsilon_{s,el}$ и $\sigma_s = \sigma_{sm} + \left(\sigma_{s,ult} - \sigma_{sm}\right) \cdot \dfrac{\left(\varepsilon_{sp} - \varepsilon_s\right) - \varepsilon_{s,ult}}{\varepsilon_{s,ult} - \varepsilon_{s,el}}$ при $\varepsilon_{s,el} \le \varepsilon_{sp} - \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,ult}$;

для ненапрягаемой арматуры класса А800

$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$ при $0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,el}$ и $\sigma_s = \sigma_{sm} + \left(\sigma_{s,ult} - \sigma_{sm}\right) \cdot \dfrac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s,ult}}{\varepsilon_{s,ult} - \varepsilon_{s,el}}$ при $\varepsilon_{s,el} \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,ult}$, в этих выражениях $\varepsilon_{s,el} = \dfrac{\sigma_{sm}}{E_s}$, а $\sigma_{sm} = \dfrac{R_s + \sigma_{s,ult}}{2}$;

для ненапрягаемой арматуры класса А400

$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$ при $0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,el}$ и $\sigma_s = R_s$ при $\varepsilon_{s,el} \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,ult}$;

или $\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$ при $0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,el} = \dfrac{R_s}{E_s}$ и $\sigma_s = R_s + \left(\sigma_{s,ult} - R_s\right) \cdot \dfrac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s,ult1}}{\varepsilon_{s,ult1} - \varepsilon_{s,el}}$ при $\varepsilon_{s,el} \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,ult1}$.

Предварительное напряжение арматуры класса К1500 с учетом всех потерь σ_{sp} составляло 1000 МПа, то есть, меньше величины напряжений $\sigma_{sm} = R_s + \sigma_{s,ult} / 2$, принятой в диаграмме за граничное значение условно упругой работы арматуры. Отсюда величина начальных деформаций от предварительного напряжения составляет $\varepsilon_{sp} = \sigma_{sp} / E_s$.

Бетон имеет высокую прочность и диаграмма его близка к упругой. Для упрощения расчета принимаем двухлинейную диаграмму, приведенную выше, описываемую выражениями: $\sigma_b = \varepsilon_b \cdot E_{b,red}$, при $0 \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b,el,red}$, и $\sigma_b = R_b$

при $\varepsilon_{b,el,red} < \varepsilon_b \le \varepsilon_{b,ult}$. В приведенных выражениях $E_{b,red} = \dfrac{2 \cdot R_b \cdot E_b}{R_b + \varepsilon_{bo} \cdot E_b}$, $\varepsilon_{b,el,red} = \dfrac{R_b}{E_{b,red}}$.

В качестве опытных данных были использованы результаты испытаний в работе [1] элементов прямоугольного сечения размером *h* х *b*= 30 х 20 см, h_o=26,5 см с напрягаемой арматурой класса К1500 и ненапрягаемой арматурой классов А800 или А400 на действие кратковременной однократной и длительной нагрузки. Деформационная модель позволяет точно и полно оценивать напряженно - деформированное состояние бетона и арматуры в нормальном сечении, в том числе при различной форме поперечного сечения и различном расположении арматуры в сечении.

Критерий прочности принимается по сжатому бетону или по растянутой арматуре. При критерии прочности по сжатому бетону, отвечающему достижению предельных деформаций в сжатом бетоне, в расчетные зависимости вводятся соответствующие напряжения в напрягаемой и ненапрягаемой арматуре, полученные при достижении предельных деформаций в бетоне. Критерий прочности по растянутой продольной арматуре характеризуется достижением предельных деформаций либо в напрягаемой, либо в ненапрягаемой арматуре.

Анализ результатов расчета прочности при действии кратковременной нагрузки по деформационной модели и по СНиП, сравнение их с опытными данными и между собой для частично предварительно напряженных элементов показал, что предельные изгибающие моменты, полученные из расчета по деформационной модели, близки к опытным значениям и к расчетным значениям по СНиП.

Среднее соотношение между расчетными предельными моментами по деформационной модели и опытными значениями составляет 0,98, а между расчетными предельными моментами по деформационной модели и по СНиП – 1,05.

Анализ результатов расчета прогибов при кратковременном действии нагрузки по деформационной модели и по СНиП, сравнение их с опытами и между собой для частично предварительно напряженных элементов показал, что прогибы элементов, полученные из расчета по деформационной модели, близки к опытным значениям и к расчетным значениям по СНиП. Среднее соотношение между расчетными прогибами по деформационной модели и опытными значениями составляет 1,01, а между расчетными прогибами по деформационной модели и по СНиП – 0,93.

Отсюда можно видеть, что деформационная модель для частично предварительно напряженных элементов полностью определяет напряженно деформированное состояние напрягаемой и ненапрягаемой арматуры различных классов в предельном состоянии элемента и не требует введения каких-либо дополнительных ограничений.

Анализ результатов расчета прогибов при кратковременном действии нагрузки по деформационной модели и по СНиП, сравнение их с опытами и между собой для частично предварительно напряженных элементов показал, что прогибы элементов, полученные из расчета по деформационной модели, близки к опытным значениям и к расчетным значениям по СНиП. Среднее соотношение между расчетными прогибами по деформационной модели и опытными значениями составляет 1,01, а между расчетными прогибами по деформационной модели и по СНиП – 0,93.

Анализ результатов расчета прогибов при длительном действии нагрузки по деформационной модели и по СНиП, сравнение их с опытами и между собой для частично предварительно напряженных элементов показал, что прогибы элементов, полученные из расчета по деформационной модели, близки к опытным значениям и к расчетным значениям по СНиП. Среднее соотношение между расчетными прогибами по деформационной модели и опытными значениями составляет 0,81, а между расчетными прогибами по деформационной модели и по СНиП – 0,67.

Проведенный анализ показал, что деформационную модель достаточно точно оценивает по прочности и деформациям частично предварительно напряженные железобетонные элементы при различном характере нагружения, для любых сочетаний напрягаемой и ненапрягаемой арматуры. При этом не требуется введения в расчет каких-либо дополнительных условий, определяющих допустимые соотношения между напрягаемой и ненапрягаемой арматурой для различных классов арматуры и величины предварительного напряжения.

Литература

1. Байрамуков С. Х. Несущая способность, трещиностойкость и деформативность железобетонных изгибаемых элементов со смешанным армированием при статических и повторных нагружениях. Дис…канд. техн. наук. - М.: МИСИ, 1991. - 220 с.

2. Байрамуков С.Х., Касаев Д.Х. Оценка прочности железобетонных элементов, подвергнутых нескольким силовым факторам при статическом и динамическом воздействии: Монография / С.Х. Байрамуков, Д.Х. Касаев. - Черкесск ГОУ ВПО КЧГТА, 2010 - 214 с.

3. Дорофеев В.С., Карпюк В.М., Крантовская Е.Н., Петров Н.Н., Петров А.Н. Расчет железобетонного стержня в общем случае напряженно-деформированного состояния // Вестник МГСУ. - 2013. - № 12. С. 55-67.

4. Chris G. Karayannis, Constantin E.Chalioris. Design of partially prestressed concrete beams based on the cracking control provisions. Engineering Structures Volume 48, March 2013, Pages 402-416. URL: //doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.09.020.

5. Renata Zamblauskaite, Gintaris Kaklauskas & Darius Bacinskas. Deformational analysis of prestressed high□strength concrete members using flexural constitutive model. Journal of Civil Engineering and Management 11(2):145-151 January 2005 with 50 Reads. URL: doi.org/10.1080/13923730.2005.9636344.

6. Shady H. Salem, Khalid M. Hilal, Tarek K. Hassan, Ahmed S. Essawy. Experimental Behavior of Partially Prestressed High Strength Concrete Beams. Open Journal of Civil Engineering, 2013, 3, 26-32. URL: dx.doi.org/10.4236/ojce.2013.33B005.

7. Abbas Abdulmadzhid Alaui. Behavior of Strengthened Composite Prestressed Concrete Girders under Static and Repeated Loading. Advances in Civil Engineering. Volume 2017 (2017), Article ID 3619545, 13 pages. URL: doi.org/10.1155/2017/3619545.11.

8. Косенко Е.Е., Косенко В.В., Черпаков А.В. К вопросу о влиянии геометрических размеров на прочностные характеристики арматурных сталей // Инженерный вестник Дона. - 2012. - №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2010/318.

9. Байрамуков С.Х., Дюрменова С.С. Трещиностойкость железобетонных элементов со сквозными отверстиями при кручении и при кручении с изгибом // Инженерный вестник Дона. – 2013. - №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1592.

10. David J.Mukai. Efficient Representation of Concrete Constitutive Data for Moment Capacity Calculations //ACJ Structural Journal. - V. 96, N5. Sept. Oct., 1999. Pp.720-727.

References

1. Bayramukov S. H. Nesushchaya sposobnost', treshchinostojkost' i deformativnost' zhelezobetonnyh izgibaemyh ehlementov so smeshannym

armirovaniem pri staticheskih i povtornyh nagruzheniyah [Bearing capacity, crack resistance and deformation of reinforced concrete bent elements with mixed reinforcement under static and repeated loads.]. Dis…kand. tekhn. nauk. M.: MISI, 1991. 220 p.

2. Bayramukov S.H., Kasaev D.H. Ocenka prochnosti zhelezobetonnyh ehlementov, podvergnutyh neskol'kim silovym faktoram pri staticheskom i dinamicheskom vozdejstvii [Evaluation of the strength of reinforced concrete elements subjected to several force factors under static and dynamic impact]: Monografiya. Cherkessk GOU VPO KCHGTA, 2010 - 214 p.

3. Dorofeev V.S., Karpyuk V.M., Krantovskaya E.N., Petrov N.N., Petrov A.N. Vestnik MGSU. 2013. № 12. Pp. 55-67.

4. Chris G. Karayannis, Constantin E.Chalioris. Engineering Structures Volume 48, March 2013, Pages 402-416. URL: doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.09.020.

5. Renata Zamblauskaite, Gintaris Kaklauskas & Darius Bacinskas. Journal of Civil Engineering and Management 11(2):145-151 January 2005 with 50 Reads. URL: doi.org/10.1080/13923730.2005.9636344.

6. Shady H. Salem, Khalid M. Hilal, Tarek K. Hassan, Ahmed S. Essawy. Open Journal of Civil Engineering, 2013, 3, 26-32. URL: dx.doi.org/10.4236/ojce.2013.33B005.

7. Abbas Abdulmadzhid Alaui. Behavior of Strengthened Composite Prestressed Concrete Girders under Static and Repeated Loading. Advances in Civil Engineering. Volume 2017 (2017), Article ID 3619545, 13 pages. URL: doi.org/10.1155/2017/3619545.11.

8. Kosenko E.E., Kosenko V.V., CHerpakov A.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012. №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2010/318.

9. Bayramukov S.H., Dyurmenova S.S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1592.

10. David J.Mukai. ACJ Structural Journal. V. 96, N5. Sept. Oct., 1999. Pp.720-727.