

## Расчет составных изгибаемых деревянных элементов с учетом нелинейной работы

*В. И. Клеван*

*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет*

**Аннотация:** В работе представлена методика расчета напряженно-деформированного состояния составных металлодеревянных балок с учетом податливости связей в нелинейной постановке с использованием программного обеспечения SCAD. В ходе расчета определена картина распределения напряжений и деформаций, приближенная к реальной. Определены концентрации напряжений, которые способны инициировать разрушение конструкции. Определены опасные участки, позволяющие предсказать режим разрушения конструкции, для организации мероприятий по усилению. Результаты численного эксперимента подтверждаются материалами физических испытаний.

**Ключевые слова:** деревянная конструкция, составная балка, податливая связь, расчет, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, соединение, металлодеревянная балка.

### Введение

В строительной отрасли наиболее широко применяются различные балочные конструкции. Одной из разновидностей балок могут являться составные конструкции, комбинированные из различных материалов. Причем при изгибе рационально применять двутавровую форму сечения, где в качестве стенки могут использоваться прокатные или штампованные профили из стали, и материалы на основе древесины в качестве поясов [1]. При сплачивании, на границе контакта материалов могут применяться связи в виде жесткого присоединения, либо конструкция выполняется на податливых связях. Несмотря на наличие различных технических решений, распространение металлодеревянных балок на строительном рынке Российской Федерации в настоящее время осуществляется силами предприятия «ХТС Русланд», производящих двутавровые балки с гофрированной металлической стенкой и поясами из бруса клееного из однонаправленного шпона (далее LVL) [2]. Крепление элементов конструкции друг к другу выполняется за счет внедренных зубьев, обеспечивая податливое соединение.

---

Составные конструкции из древесины известны в практике строительства не позднее, чем со времен античности, однако до разработки Д. И. Журавским теории касательных напряжений в балках [3, 4] их проектирование было возможно производить только на основании опыта. Ф. Энгессером выполнены одни из первых теоретических работ по расчету составных стержней, дан метод определения их приведенного модуля упругости [5]. Впоследствии развитие теории составных стержней из различных материалов проводилось Р. Мизесом, Р. Ратцердорфером, Н. Мюллером-Бреслау, Б. Левицким и др. [6-8]. Рассматривались они и в трудах Л. Грюнинга, И. Арновлевича, С. П. Тимошенко [9-11]. В области деревянных составных стержней наиболее значительные работы выполнены А. Р. Ржаницыным, П. Ф. Плешковым, В. Г. Писчиковым и др. [12-14]. В последние годы в области составных конструкций, включая деревянные балки и плиты, выполнены исследования А. В. Турковым, О. В. Калашниковой, А. В. Карельским [15-17]. В своих работах П. С. Коваль, А. Г. Черных и др. также рассматривали работу составных конструкций [18, 19]. Вместе с тем следует отметить, что составные многослойные (многоветвевые) балки, комбинированные из различных материалов, в т.ч., из профилированной стали и однонаправленного клееного шпона (LVL), других материалов на основе древесины по-прежнему остаются малоизученными, а в достаточной мере научно обоснованных инженерных методик их расчета не существует.

### **Методы испытаний**

Ранее в механической лаборатории Санкт-Петербургского государственного архитектурно строительного университета проводились исследования работы составных металлодеревянных балок на податливых связях при изгибе [19]. Пояса конструкции выполнялись из бруса клееного из

---

шпона LVL размерами 60x120 мм (Ultralam-R). Стенка гофрированная ( $t=0,5$  мм) из стали С245 [19].

При испытаниях использовались датчики типа ПАО6 для фиксации перемещений центральной части балки для оценки деформируемости конструкции в целом, аналогично иным испытаниям деревянных конструкций [20]. Смятие на опоре оценивались за счет индикаторов часового типа (ИЧ5, ИЧ6 на рис. 1. Чтобы количественно оценить смещения стенки относительно растянутого пояса балки, прикреплялись индикаторы ИЧ1 - ИЧ4.

Передача вертикальной нагрузки осуществлялась с использованием распределительной траверсы с передачей нагрузки на две точки в третях пролета. Скорость приложения нагрузки принималась 2 мм/мин, при фиксированном шаге по 3 кН. Для снятия показаний с приборов, на каждой ступени нагружения осуществлялось выдерживание образца под постоянной нагрузкой в течение 60 секунд. Для предотвращения выхода балки из плоскости были предусмотрены боковые упоры, препятствующие деформациям из плоскости прикладываемой нагрузки (рис. 2).

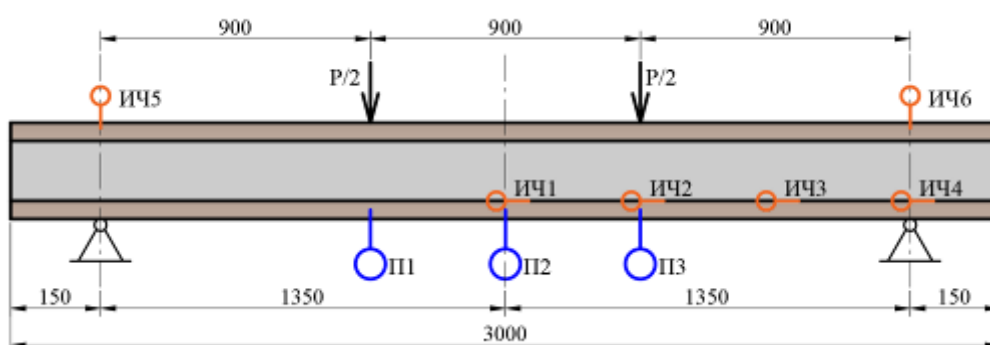


Рис. 1. – Схема испытания составных металлодеревянных балок

Во время проведения испытаний фиксировались видимые повреждения (рис. 2), которые в себя включали: смятие на опоре, разрушение поясов, смятие и скалывание древесины в месте контакта с металлическими

элементами, расслаивание поясов, потеря устойчивости металлических элементов, разрывы, повышенный прогиб.



Рис. 2. – Повреждения испытываемых балок в процессе испытаний: а) скалывание древесины между зубьями, б) смятие древесины в месте контакта с зубом, в) смятие на опорах, г) разрушение при изгибе поясов, д) разрыв стали в стенке, е) потеря устойчивости стенки.

После испытаний было отмечено, что разрушение происходило при различных режимах. На участках, где наиболее развиты касательные напряжения, отмечались разрывы стальной стенки вблизи поясов, при нагрузке 33,5 кН. Вертикальные деформации по середине балки нарастали непропорционально величине роста усилия.

### Численные методы исследований

Для определения напряжённо-деформированного состояния металлодеревянных балок возможно использование метода конечных элементов, реализованное в программном комплексе SCAD Office. Для построения расчетной схемы использовались конечные элементы типа 444 (пластинчатый четырехугольный элемент с учетом физической нелинейности), и типа 55 (податливые связи с постоянной линейной и крутильной жесткостями). Учитывались основные допущения:

1. Напряженное состояние не влияет на интенсивность напряжений и деформаций.

2. Среднее напряжение и объемная деформация связаны линейной зависимостью:

$$\varepsilon_v = \frac{3\sigma_{cp}}{K} = \frac{3(1-2\nu)}{E}\sigma_{cp}, \quad (1)$$

где  $K$  – модуль объемной деформации.

3. Существует пропорциональная зависимость между компонентами девиатора напряжений и девиатора деформаций:

$$D_\varepsilon = \chi \cdot D_\sigma, \quad (2)$$

где  $\chi = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_{cp}}$  - это модуль пластичности.

Геометрические характеристики стенки балки задавались с некоторым упрощением форм, не влияющим на точность вычислений. Представление распределений сетки конечных элементов приведено на рис. 3.

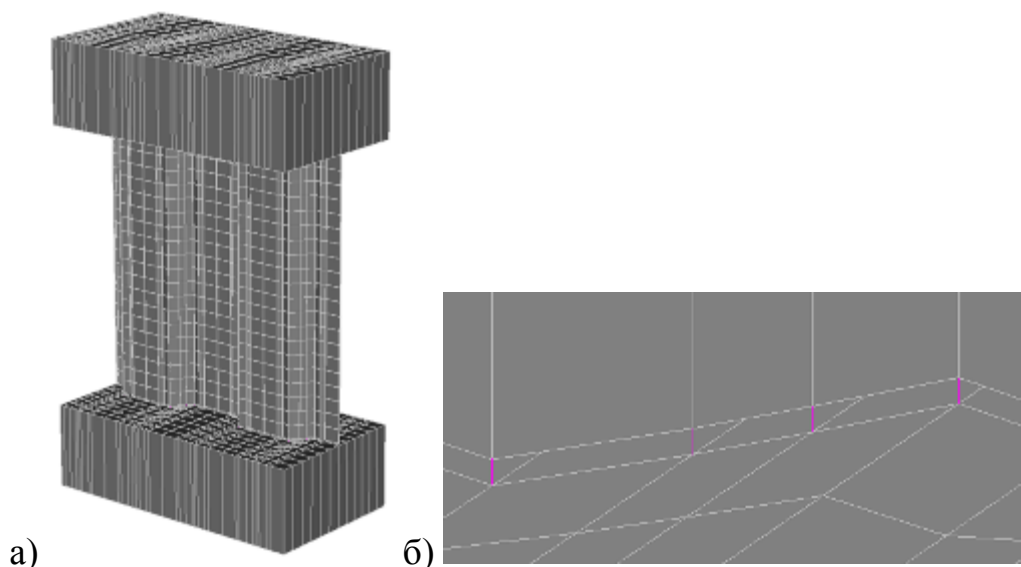


Рис. 3 – Расчетная модель балки: а) фрагмент составной конструкции с поясами и стенкой, б) связь поясов и стенки с использованием конечных элементов типа – упругая связь.

Закрепления расчетной схемы осуществлялось как для шарнирно опертой балки с ограничениями перемещений из плоскости работы конструкции (рис. 4).

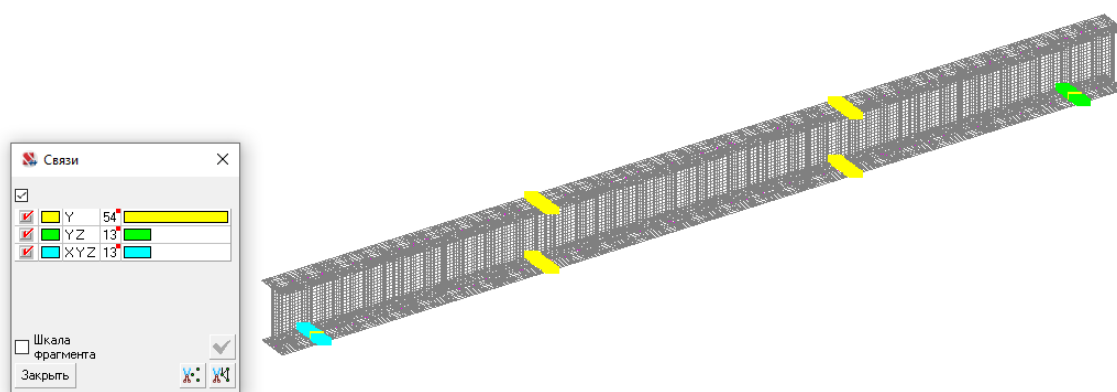


Рис. 4. – Закрепления рассчитываемой составной балки.

Расчет производился в линейной и нелинейной постановках. При возрастающих напряжениях, работа материала в области пластических

деформаций незначительно отличается от его поведения в упругой зоне, а при разгрузке отмечаются остаточные деформации, подтверждающие пластичность работы конструкции [21]. Жесткостные характеристики для линейного расчета элементов задавались, в соответствии с Таблицей 1. Для возможности учета работы материалов за пределом упругости, жесткости назначались по билинейной схеме, приведенной на рис. 5 и Таблице 2.

Таблица №1

Жесткостные характеристики элементов линейного расчета

Тип	Жесткость
Гофрированная стенка	Модуль упругости $E = 21000000 \text{ Т/м}^2$ Коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$ Толщина $h = 0,001 \text{ м}$ Объемный вес $\gamma = 7,85 \text{ Т/м}^3$
LVL брус	Модуль упругости $E = 1021300 \text{ Т/м}^2$ Коэффициент Пуассона $\nu = 0,45$ Толщина $h = 0,06 \text{ м}$ Объемный вес $\gamma = 0,6 \text{ Т/м}^3$ Коэффициент температурного расширения $\alpha = 0$ Параметр затухания (в долях от критического) $= 0,025$
Упругие связи	$E_X = 127,42 \text{ Т/м}$ $E_Y = 50 \text{ Т/м}$ $E_Z = 4000000 \text{ Т/м}$

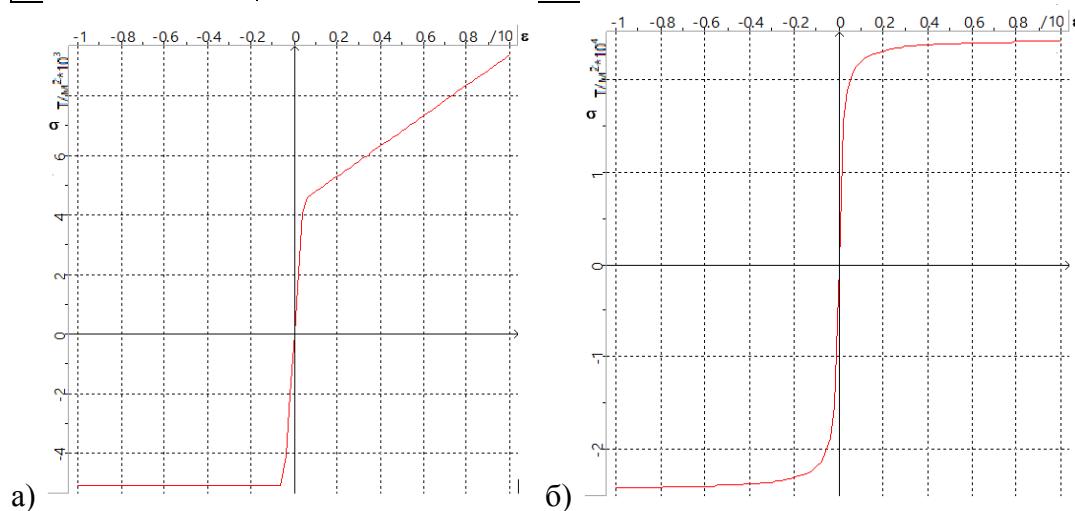


Рис. 5. – Билинейные диаграммы  $\sigma$ - $\epsilon$  материалов:  
а) LVL-брус поясов, б) оцинкованная сталь стенки.

Таблица №2

## Жесткостные характеристики элементов конструкции составной балки

Свойства материалов:	LVL-брус поясов	Оцинкованная сталь стенки
Объемный вес, т/м <sup>3</sup>	0,55	7,85
Коэффициент Пуассона	0,45	0,3
Начальный модуль упругости, т/м <sup>2</sup>	1021300	21406728
Предел текучести на сжатие, т/м <sup>2</sup>	5097	24464
Предел текучести на растяжение, т/м <sup>2</sup>	4485	24464
Относительный модуль разупрочнения билинейно диаграммы при растяжении	0,05	0
Относительный модуль разупрочнения билинейно диаграммы при сжатии	0	0

Для большей равномерности передачи нагрузки от поясов к стенке, моделирование зуба производилось с помощью четырех конечных элементов типа «упругая связь». Жесткость упругих связей принята 127,421 т/м по результатам предварительных экспериментальных исследований.

Приложение нагрузки осуществлялось сосредоточенными силами в узлы по всей ширине полки, в соответствии со схемой испытания. Нагрузки задавались в соответствии с методикой проведенных физических исследований металлодеревянных балок и достигали уровня нагрузки до 30 кН с шагом по 3 кН (всего 10 шагов).

Задача определения НДС конструкции составной балки решалась в нескольких постановках: линейный расчет, с учетом геометрической нелинейности, с учетом геометрической и физической нелинейности.

## Результаты

В результате проведения расчетов была определена картина распределения перемещений по осям OX, OY, OZ, а также нормальные и касательные напряжения для различных уровней нагрузки. Для принципиальной картины распределения значений нагрузки и деформации с учетом физической и геометрической нелинейности определялись при уровне нагрузки в 18кН и представлены на рис. 6.



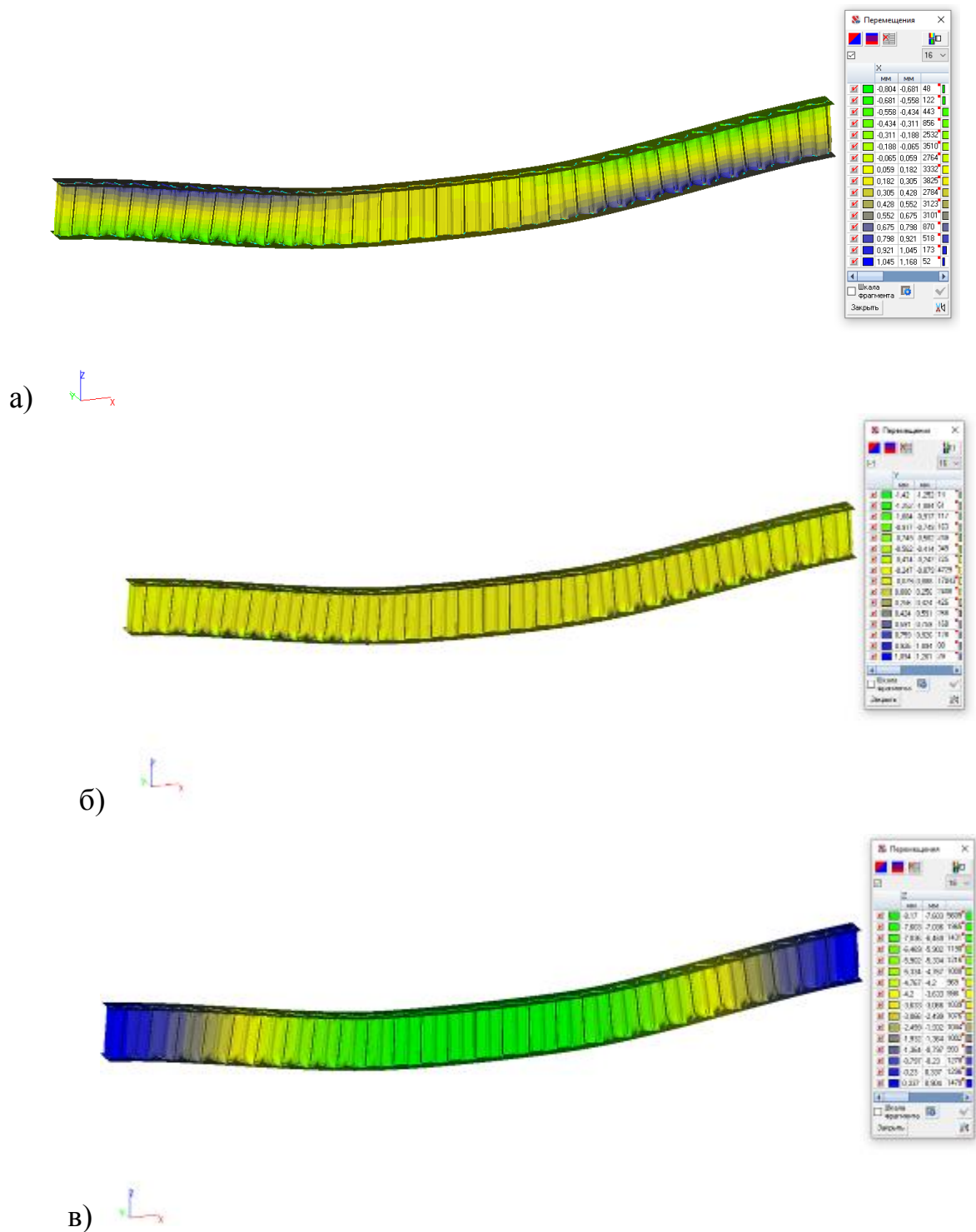


Рис. 6 – Перемещения при уровне нагрузки 18 кН:

а) по оси OX, б) по оси OY, в) по оси OZ.

Картина распределения напряжений в элементах составной металлодеревянной конструкции приведена на рис. 7.

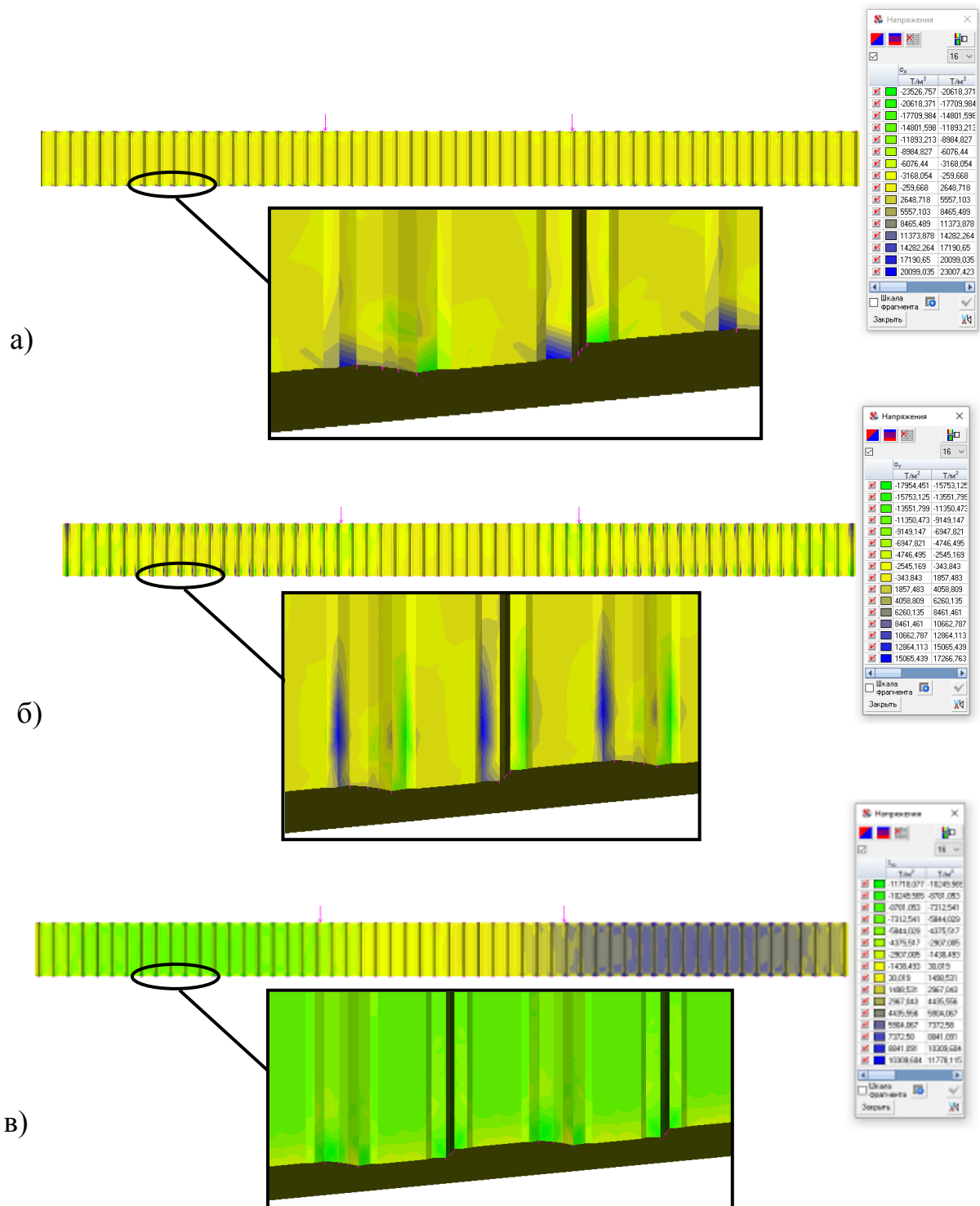


Рис. 7 – Напряжения при уровне нагрузки 18 кН:

- а) напряжения  $\sigma_x$  вдоль оси OX, б) напряжения  $\sigma_y$  вдоль оси OY,  
 в) напряжения  $\tau_{xy}$  в плоскости XY.

Характерные области нарастания напряжений возникают в металлической стенке вблизи зубьев, внедренных в пояса. Менее

напряженные области – участки с отсутствием поперечных сил, где действует чистый изгиб.

При анализе деформаций стенки отмечается характерное деформированное состояние, приводящее к потере устойчивости в зоне контакта зуба стенки с поясами.

При уровне нагрузки в 18 кН, нормальные напряжения  $\sigma_x$  вдоль оси ОХ для стенки приближаются к достижению предела текучести стали при растяжении и составили около 230 МПа. Нормальные напряжения  $\sigma_x$  в полках балки были менее 5 МПа.

В местах контакта зуба и поясов отмечаются характерные концентрации напряжений. Особо отмечаются напряжения в зоне с развития касательных напряжений  $\tau_{xy}$ . Объяснениями этому могут служить значительные деформации стенки относительно поясов. Значительные напряжения приводят к разрывам стальной стенки вблизи перегиба (около зуба). При этом заметны концентрации напряжений и в деревянных элементах между зубами, что говорит о важности учета данных напряжений, так как они могут вызвать скалывание вдоль волокон.

### Обсуждения

Перемещения, полученные теоретическим и экспериментальным способом можно сравнить (рис. 8, 9). При экспериментальных исследованиях отмечается нелинейная работа балки с начала нагружения. Модель, рассчитанная с использованием метода конечных элементов в программном комплексе SCAD, учитывает преимущественно линейную работу материалов, однако, при сопоставлении экспериментальных и расчетных перемещений, определена близость полученных зависимостей перемещений конструкции под нагрузкой.

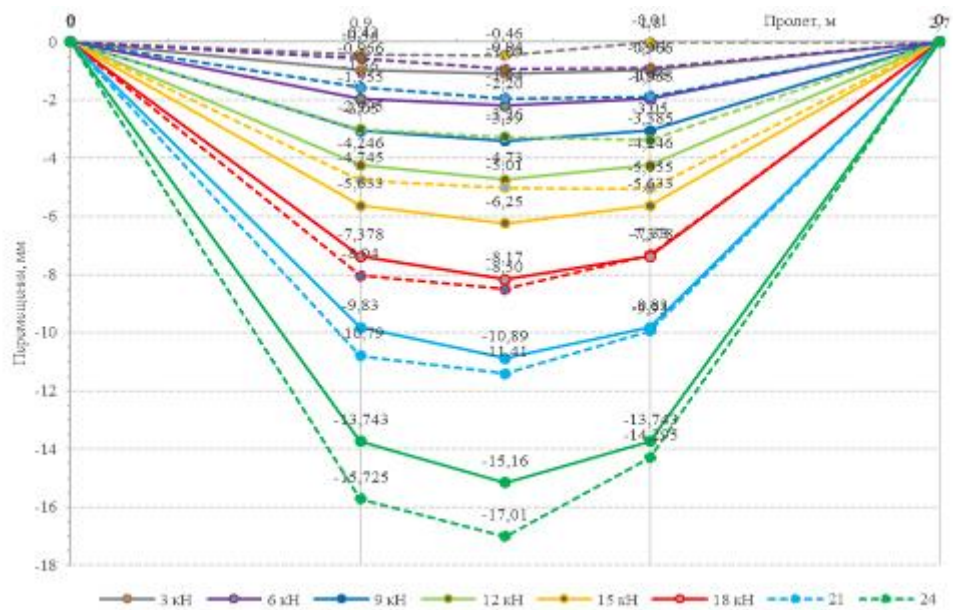


Рис. 8. – Теоретические и экспериментальные вертикальные перемещения нижней кромки балки по длине балки.

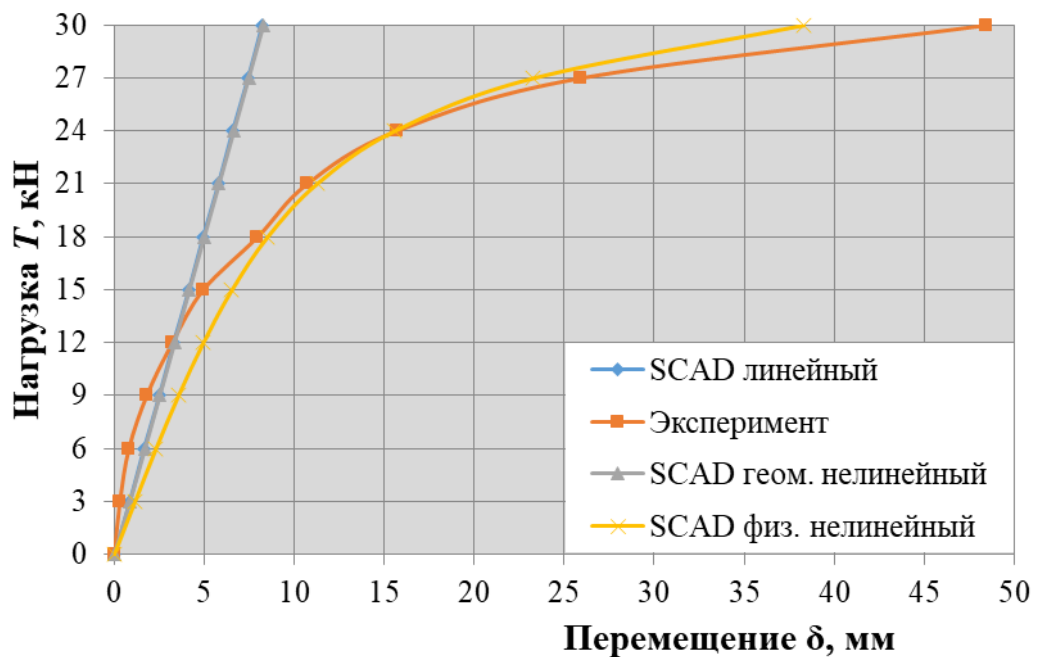


Рис. 9 – Сравнение результатов определения максимальных вертикальных перемещений по нижней кромке балки.

Таким образом, применяемая методика моделирования работы составной металлодеревянной конструкции, созданная в расчетном комплексе SCAD с использованием оболочек и упругих связей, в нелинейной

постановке позволяет получать адекватное распределение деформаций и напряжений в элементах конструкции и может быть рекомендована к применению, как инженерный метод расчета.

Дальнейшим совершенствованием методики расчета может являться применение специальных видов конечных элементов с изменяющейся жесткостью, в зависимости от воспринимаемых усилий.

### **Выводы**

Применение программного расчетного комплекса SCAD позволяет реализовать инженерную методику расчета напряженно-деформированного состояния составных металлодеревянных балок с учетом податливости связей между их элементами, позволяющую наиболее полно учитывать специфику работы элементов конструкции.

Теоретическая картина напряженно-деформированного состояния соответствует реальному распределению. На основе теоретических расчетов могут быть определены опасные напряжения, инициирующие предельные состояния при различных условиях закрепления и загрузки. Могут применяться разные габариты стенок и поясов. На основе приведенного метода по выявленным концентрациям напряжений могут быть сделаны выводы о необходимости усиления конструкции.

Применение предложенной методики расчета позволит оптимизировать конструктивные решения, снизит материалоемкость и повысит надежность составных металлодеревянных конструкций.

## Литература

1. Коваль П. С., Черных А. Г., Данилов Е. В., Клеван В. И., Белов В. В. О работе составных двутавровых балок со стенкой из профилированного стального листа и поясами из однонаправленного клееного шпона // Вестник гражданских инженеров. – 2022. – № 6(95). – С. 5-9. – DOI: 10.23968/1999-5571-2022-19-6-5-9.
  2. Черных А. Г., Головина С. Г., Клеван В. И. Проблемы ограниченного применения металлодеревянных конструкций // Вестник гражданских инженеров. – 2020. – № 6(83). – С. 83-89. – DOI: 10.23968/1999-5571-2020-17-6-83-89.
  3. Каган-Розенцвейг, Л. М. К истории создания технической теории касательных напряжений в балке // Вестник гражданских инженеров. – 2018. – № 6(71). – С. 250-258. – DOI: 10.23968/1999-5571-2018-15-6-250-258.
  4. Харлаб, В. Д. Отзыв на статью Л. М. Кагана-Розенцвейга "К истории создания технической теории касательных напряжений в балке" // Вестник гражданских инженеров. – 2019. – № 2(73). – С. 196-197.
  5. Engesser F. Zeitschrift fur Arch. u. Jng. Wesen, 1889. – 382 p.
  6. Zeitschr. Ratzerdorfer J. Angewandte Mathem und Mechanik, 1925. - pp. 218-235.
  7. Muller-Breslau, H. Neuere Methoden des Festigkeitslehre / H. Muller-Breslau. - Leipzig, 1923. - 415 p.
  8. Lewicki, B. Budynki mieszkalne z prefabrykatow wielkowsy miarowych. - Warszawa, 1964. - 602 p.
  9. Gruning, L. Die Statik des eben Tragwerkes. - Berlin, 1925. – 712 p.
  10. Arnovlievic, J. Zur Kraftverteilung ingenieten Stäben // Osterr. Wochenschrift f. d/ öffentlich Baudiensn. - Wien, 1908. – 96 p.
-

11. Тимошенко, С. П. Об устойчивости упругих систем // Изв. Киевского политехнического института, 1940. — Кн. 4. — С. 375-60.
  12. Ржаницын, А. Р. Теория составных стержней строительных конструкций - М.: Стройиздат, 1948. - 192 с.
  13. Плешков, П.Ф. Теория расчета деревянных составных стержней - Л.: Стройиздат, 1952. - 193 с.
  14. Писчиков, В. Г. Продольный изгиб деревянных составных стержней // Проект и стандарт. - 1935. - № 2 – С. 44-48.
  15. Турков, А. В., Гвозков П. А. Анализ работы составной балки при усилении строительных конструкций // Известия ОрелГТУ Серия «Строительство Транспорт». - Орел ОрелГТУ, 2007 - №1 – С. 26-28.
  16. Гвозков, П. А., Калашникова О.В. Экспериментальные исследования двухслойных деревянных балок с переменной жесткостью и толщиной соединительного шва // Строительство и реконструкция. – 2012. – № 4. – С. 30-34.
  17. Гвозков П. А., Калашников М. О., Калашникова О. В., Кузин В. В. Экспериментальные исследования двухслойных деревянных балок с переменными жесткостью и толщиной соединительного шва // Строительство и реконструкция. – 2012. – № 4(42). – С. 30-34.
  18. Карельский А. В. Технология изготовления составных деревянных конструкций с металлическими зубчатыми пластинами: дис. ... канд. техн. наук. Архангельск, 2015. 138 с.
  19. Коваль, П. С. Экспериментальное исследование работы предварительно напряженной деревоплиты на изгиб // Вестник гражданских инженеров. – 2017. – № 4(63). – С. 81-86. – DOI: 10.23968/1999-5571-2017-14-4-81-86.
  20. Черных А. Г., Игнатович А. В., Мухаммедов М. М., Клеван В. И. Экспериментальные исследования металлодеревянных балок двутаврового
-

сечения со стальной гофрированной стенкой // Инновации в деревянном строительстве: Материалы 11-й Международной научно-практической конференции, Санкт-Петербург, 22–23 апреля 2021 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 2021. – С. 26-37.

21. Фурсов В. В., Пурязданхах М., Бидаков А. Н. Сравнительный анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований натурной арки из клееной древесины // Инженерный вестник Дона. – 2014, № 2. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_95\\_Fursov.pdf\\_2395.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_95_Fursov.pdf_2395.pdf) (дата обращения: 16.12.2022).

22. Куц В. А., Ященко В. П. Учет физической нелинейности при расчете плоской железобетонной рамы с использованием вычислительного комплекса SCAD // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2021. №1 (36). URL: [cyberleninka.ru/article/n/uchet-fizicheskoy-nelineynosti-pri-raschete-ploskoy-zhelezobetonnoy-ramy-s-ispolzovaniem-vychislitelnogo-kompleksa-scad](http://cyberleninka.ru/article/n/uchet-fizicheskoy-nelineynosti-pri-raschete-ploskoy-zhelezobetonnoy-ramy-s-ispolzovaniem-vychislitelnogo-kompleksa-scad) (дата обращения: 16.12.2022).

### References

1. Koval P. S., Chernykh A. G., Danilov E. V., Klevan V. I., Belov V. V. Vestnik grazhdanskix inzhenerov. 2022. № 6(95). pp. 5-9. DOI: 10.23968/1999-5571-2022-19-6-5-9.
2. Chernykh A. G., Golovina S. G., Klevan V. I. Vestnik grazhdanskix inzhenerov. 2020. № 6(83). pp. 83-89. DOI: 10.23968/1999-5571-2020-17-6-83-89.
3. Kagan-Rozentsveig, L. M. Vestnik grazhdanskix inzhenerov. 2018. № 6(71). pp. 250-258. DOI: 10.23968/1999-5571-2018-15-6-250-258.
4. Kharlab, V. D. Vestnik grazhdanskix inzhenerov. 2019. № 2(73). pp. 196-197.
5. Engesser F. Zeitschrift fur Arch. u. Jng. Wesen, 1889. 382 p.



6. Mises, R.V. Zeitschr. Ratzerdorfer J. Angewandte Mathem und Mechanik. 1925. pp. 218-235.
  7. Muller-Breslau, H. Neuere Methoden des Festigkeitslehre. Leipzig, 1923. 415 p.
  8. Lewicki, B. Budynki mieszkalne z prefabrykatow wielkowsy miarowych. Warszawa, 1964. 602 p.
  9. Gruning, L. Die Statik des eben Tragwerkes. Berlin, 1925. 712 p.
  10. Arnovlievic, J. Zur Kraftverteilung ingenieten Stäben Osterr. Wochenschrift f. d/ öffentlich Baudiensn. Wien, 1908. 96 p.
  11. Timoshenko, S. P. Izv. Kievskogo politexnicheskogo instituta, 1940. Kn. 4. p. 375560.
  12. Rzhantsyn, A. R. Teoriya sostavny`x sterzhnej stroitel`ny`x konstrukcij [Theory of composite rods of building structures]. M.: Strojizdat, 1948. 192 p.
  13. Pleshkov, P.F. Teoriya rascheta derevyanny`x sostavny`x sterzhnej [Theory of calculation of wooden composite rods]. L.: Strojizdat, 1952. 193 p.
  14. Pischikov, V. G. Proekt i standart. 1935. № 2. pp.44-48.
  15. Turkov, A. V., Gvozkov P. A. Izvestiya OrelGTU Seriya «Stroitel`stvo Trasport». Orel OrelGTU, 2007. №1. Pp.26-28.
  16. Gvozkov, P. A., Kalashnikova O.V. Stroitel`stvo i rekonstrukciya. 2012. № 4. pp. 30-34.
  17. Gvozkov P. A., Kalashnikov M. O., Kalashnikova O. V., Kuzin V. V. Stroitel`stvo i rekonstrukciya. 2012. № 4(42). pp. 30-34.
  18. Karelskii A. V. Texnologiya izgotovleniya sostavny`x derevyanny`x konstrukcij s metallichesкими zubchaty`mi plastinami [Manufacturing technology of composite wooden structures with metal toothed plates]: dis. ... kand. texn. nauk. Arxangel`sk, 2015. 138 p.
-



19. Koval, P. S. Vestnik grazhdanskix inzhenerov. 2017. № 4(63). pp. 81-86. DOI: 10.23968/1999-5571-2017-14-4-81-86.

20. Chernykh A. G., Ignatovich A. V., Mukhammedov M. M., Klevan V. I. Innovacii v derevyannom stroitel'stve: Materialy` 11-j Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, Sankt-Peterburg, 22–23 aprelya 2021 goda. Sankt-Peterburg: Sankt-Peterburgskij gosudarstvenny`j arhitekturno-stroitel`ny`j universitet, 2021. pp. 26-37.

21. Fursov V. V., Puriadzankhakh M., Bidakov A. N. Inzhenernyj vestnik Dona. 2014, № 2. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_95\\_Fursov.pdf\\_2395.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_95_Fursov.pdf_2395.pdf).

22. Kushch V. A., Iashchenko V. P. Izvestiya vuzov. Investicii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost`. 2021. №1 (36). URL: [cyberleninka.ru/article/n/uchet-fizicheskoy-nelineynosti-pri-raschete-ploskoy-zhelezobetonnoy-ramy-s-ispolzovaniem-vychislitelnogo-kompleksa-scad](http://cyberleninka.ru/article/n/uchet-fizicheskoy-nelineynosti-pri-raschete-ploskoy-zhelezobetonnoy-ramy-s-ispolzovaniem-vychislitelnogo-kompleksa-scad).