

Исследование распределения нестационарных температур в ограждающих конструкциях здания с учетом трещинообразования

Т.А. Дулоглу¹, С.В. Стрельцов², В.И. Григорьев²

¹Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты

²Шахтинский институт (филиал) «Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М.И. Платова», г. Шахты

Аннотация: статья посвящена вопросу расчета нестационарных температур в трещинах жилых зданий с применением численных методов. Особое внимание уделено причинам возникновения трещин в жилых домах, находящихся на подрабатываемых территориях шахтерских городов. С помощью программно-элементной системы численного моделирования ANSYS показана картина распространения трещин на фасаде здания. Для трещин разработан аналитический метод расчета нестационарных температур воздуха, заключающийся в применении проекционных методов Галеркина. Результатом исследования явилось установление профиля температуры и скорости воздуха, на основании чего можно сделать вывод, что при наличии трещин в наружных стенах зданий имеют место значительные возмущения температурного поля, которые локализованы вблизи трещины, и размеры области искажения определяются размерами самой трещины.

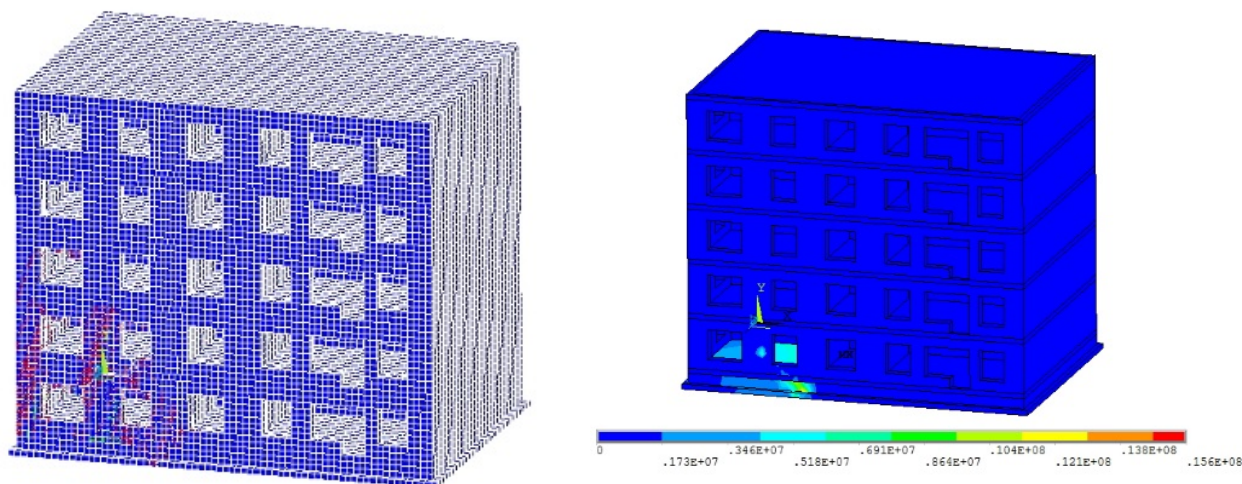
Ключевые слова: нестационарные температуры, численное моделирование, трещина, неравномерная осадка, конвекция, тепловая инерция, теплопроводность, профиль температуры, метод Галеркина, безразмерная температура

Современные здания и сооружения – это сложные конструктивные многоэлементные комплексы, цель создания которых заключается в выполнении ими большого числа различных функций, и их жизненный цикл связан с возможностью реализации многих рабочих состояний. Однако, анализ аварий промышленных и гражданских зданий показывает, что не все процессы, происходящие как в самом здании и его конструкциях, так и основаниях, на которых они возведены, безопасны для жизни и здоровья находящихся в них людей [1-2]. Так, в связи с закрытием шахт предусмотрены работы по определению степени влияния горных пород на состояние жилого фонда. При этом установлено, что использование территорий, находящихся в зоне подработки угольными шахтами, связано с риском активизации незавершившихся процессов сдвижения, которые вызывают значительные повреждения в зданиях и сооружениях [3]. Жилой

фонд шахтерских городов подвергался неоднократной подработке горными работами по нескольким пластам одновременно, что в последствии привело образованию сосредоточенных деформаций или даже провалов [4].

Сложившаяся ситуация характерна и для г. Шахты, в котором некогда действовало несколько достаточно крупных шахт («Южная», шахта им. Красина, «Нежданная» и др.). На подработанной территории незавершенные процессы сдвижения привели к изменению рельефа местности за счет образования мульд сдвижения и напряженно-деформированного состояния грунтового массива, что в итоге привело к появлению значительных и очень часто неравномерных осадок, которые стали решающим фактором для появления большого количества трещин на фасадах зданий, ширина раскрытия которых растет год от года.

На рис.1 приведена картина распространения трещин на фасаде здания одной из секций жилого дома, расположенного в г. Шахты. Численная реализация поставленной задачи производилась в программно-элементной системе численного моделирования *ANSYS* [5].



Для того, чтобы описать механическое поведение кирпичной кладки была использована нелинейная модель *Concret* [6,7]. Секция дома моделировалась без учета грунтового основания. Однако, влияние массива грунта было учтено с помощью кинематического воздействия в виде неравномерной осадки грунтового основания, приложенного к фундаменту дома. Кроме, того в конструкциях здания могут появляться также пластические деформации, оценить которые возможно по критерию Мизеса.

Появление трещин в здании сопровождается неизбежным изменением температуры не только внутри помещений, но и внутри трещины [8]. При этом изменение температуры внутри трещины протекает в нестационарном режиме, так как поверхности ограждающих конструкций обладают тепловой инерцией [9]. Предполагается, что теплопередача в трещине происходит за счет теплопроводности и конвекции воздуха. С целью определения температуры воздуха в трещине принято допущение, что лучистый теплообмен в расчетах не учитывается. Процесс свободной конвекции, происходящей в трещине, ориентация которой произвольна по отношению к вектору силы тяжести, можно определить как взаимодействие температуры и скорости воздуха. Далее будет рассмотрена трещина в наружной стене, направление которой является произвольным (рис. 2).

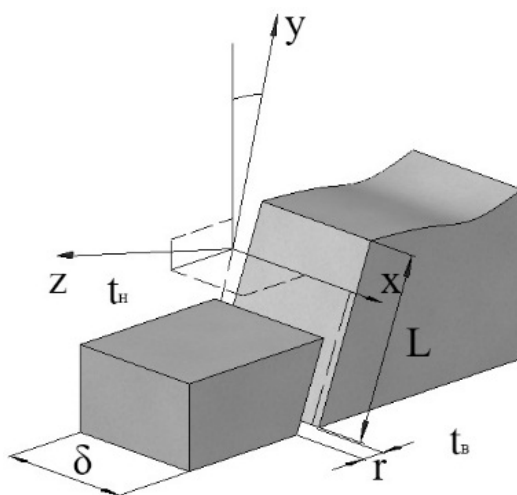


Рис. 2. – Схема сквозной трещины в наружной ограждающей конструкции

Уравнение теплопроводности в движущей среде можно представить следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \tau} + U \frac{\partial t}{\partial x} + V \frac{\partial t}{\partial y} + W \frac{\partial t}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right), \\ \tau > 0 \end{cases} \quad (1)$$

где t – температура воздуха в трещине, К; τ – время, с; a – температуропроводность воздуха в трещине, м²/с; U , V , W – составляющие скорости вдоль осей координат, x , y , z , м/с, которые можно определить из уравнений (2–4).

$$\begin{cases} U = V = W = 0, \text{ при } z = 0 \\ U = V = W = 0, \text{ при } z = r \end{cases} \quad (2)$$

$$U = -\frac{1}{2\eta}(r-z)z \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (3)$$

$$V = -\frac{1}{2\eta}(r-z)z \frac{\partial P}{\partial y}. \quad (4)$$

Изменение температуры в трещине будет учитываться только вдоль осей x и y , т.к. в поперечном направлении ширина раскрытия щели значительно меньше ее линейных размеров (длины и глубины) $\delta \gg r$, $L \gg r$:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + U \frac{\partial t}{\partial x} + V \frac{\partial t}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

Одним из вариантов для решения поставленной задачи является переход к безразмерной форме записи уравнения (5) за счет надлежащего выбора масштаба.

В качестве граничных условий для относительной температуры приняты при $x=0$ $\theta = (t_H - t)/(t_H - t_B) = 0$, при $x=\delta$, $\theta = 1$. С помощью Угол наклона φ принят с целью выражения наклона трещины к вектору силы тяжести.

Для поставленной задачи принята геометрическая схема, приведенная на рис. 3.

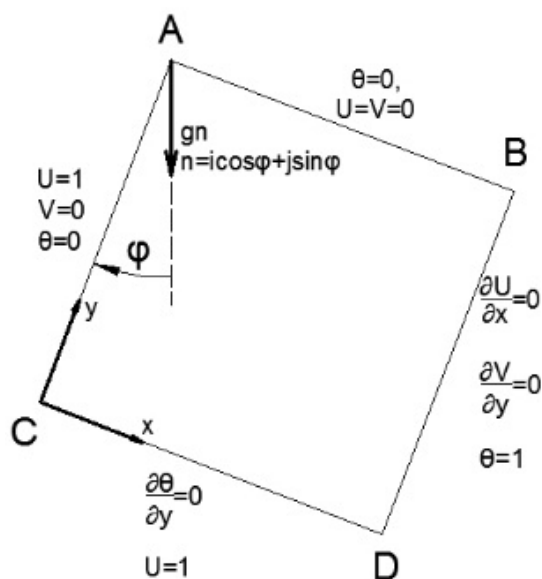


Рис. 3. – Схема конвективного теплообмена в трещине:

AB – поверхность трещины; *CD* – центральная линия; *AC* – наружная поверхность ограждения и граница втекания воздуха; *DB* – внутренняя поверхность ограждения

Изменение угла наклона φ позволяет производить учет влияния наклона трещины на профили температуры и скорости движения внутри трещины (рис. 3):

$$\vec{n} = \vec{i} \cdot \cos \varphi + \vec{j} \cdot \sin \varphi, \quad (6)$$

где i, j – единичные векторы в направлении осей x и y .

Для решения поставленной задачи, т.е. нахождения распределения температур внутри трещины, будут использованы проекционные методы Галеркина (5). Их использование дает возможность найти максимально приближенное решение краевых задач для дифференциальных уравнений. Согласно применению данных проекционных методов решение уравнения (5) возможно отыскивать, как и при решении одномерной задачи в виде:

$$\theta_a = \sum_{j=1}^N \bar{\theta}_j(t) \varphi_j(x, y), \quad (7)$$

где $\{\bar{\theta}_j(t)\}$ – коэффициенты, подлежащие определению; $\{\varphi_j(x, y)\}$ – некоторая выбранная система функций, способная обратиться в 0 на границе области определения, которая носит название пробной функцией.

Определение последних коэффициентов $\{\bar{\theta}_j\}$ возможно с применением схемы Петрова-Галеркина на основании системы уравнений [10]:

$$(L(\theta_a), \psi_k(x, y)) = 0, \quad k = 1, \dots, N. \quad (8)$$

где в круглых скобках обозначено скалярное произведение $L(\theta_a)$ и $\psi_k(x, y)$, т.е. интеграл по области D ; $\psi_k(x, y) = \varphi_j(x, y)$ – поверочная функция.

Использование метода Галеркина позволяет понизить порядок старшей производной, появляющейся в слабой форме рассматриваемого уравнения (8). Понижение порядка старшей производной выполняется за счет перенесения этого порядка на производную поверочной функции $\psi_k(x, y)$. Систему линейных алгебраических уравнений, позволяющих определить коэффициент \bar{T}_j можно получить, применяя теорему Грина для понижения порядка старшей производной путем подстановки разложения (7) в (8) и изменения порядка суммирования и интегрирования:

$$\left(\frac{\partial T_a}{\partial t}, \psi_k \right) + \left(U \frac{\partial \theta_a}{\partial x}, \psi_k \right) + \left(V \frac{\partial \theta_a}{\partial y}, \psi_k \right) + a \left(\frac{\partial \theta_a}{\partial x}, \frac{\partial \psi_k}{\partial x} \right) + a \left(\frac{\partial \theta_a}{\partial y}, \frac{\partial \psi_k}{\partial y} \right) = 0, \quad (9)$$
$$k = 1, \dots, N.$$

Учитывая форму граничных условий для поставленной задачи (рис.3), можно сделать вывод о том, что внутренние произведения в уравнении (9) есть поверхностные интегралы:

$$\left(\frac{\partial \theta_a}{\partial x}, \frac{\partial \psi_k}{\partial x} \right) = \iint \frac{\partial \theta_a}{\partial x} \frac{\partial \psi_k}{\partial x} dx dy. \quad (10)$$

Основной трудностью решения уравнения (9) является подбор подходящей формы функций $\psi_k(x, y)$.

Использование локальной системы координат (\bar{x}, \bar{y}) , приведенной на рис. 4, позволяет определить пробные решения независимо в каждом из элементов.

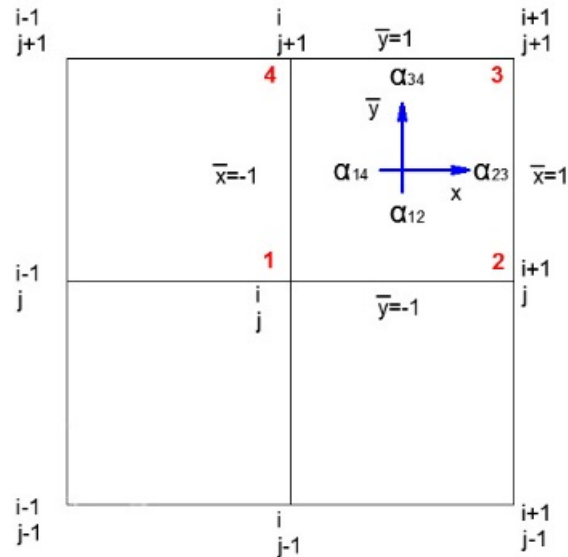


Рис. 4. – Параметры сдвига вверх по потоку для линейного прямоугольного элемента

Представить двумерные пробные функции в форме в форме в форме произведений одномерных пробных функций возможно с применением лагранжевых прямоугольных элементов (рис.4).

$$\psi_k(x, y) = \left(\varphi_k^x(\bar{x}) + \alpha^x \gamma_k^x(\bar{x}) \right) \left(\varphi_k^y(\bar{y}) + \alpha^y \gamma_k^y(\bar{y}) \right), \quad k = 1, \dots, N, \quad (11)$$

где

$$\varphi_k^x(\bar{x}) = 0,5(1 - \bar{x}); \quad (12)$$

$$\varphi_k^y(\bar{y}) = 0,5(1 - \bar{y}); \quad (13)$$

$$\gamma_k^x(\bar{x}) = \begin{cases} -3\bar{x}(1 - \bar{x}) & \text{в элементе } [k, k + 1] \\ -3\bar{x}(1 - \bar{x}) & \text{в элементе } [k - 1, k] \end{cases} \quad (14)$$

$$\gamma_k^y(\bar{y}) = \begin{cases} -3\bar{y}(1 - \bar{y}) & \text{в элементе } [k, k + 1] \\ -3\bar{y}(1 - \bar{y}) & \text{в элементе } [k - 1, k] \end{cases} \quad (15)$$

Путем подстановки выражений (12-15) в уравнение (11) возможно получить поверочные функции для 1...4 узла соответственно (рис. 4):

$$\begin{aligned}\psi_1^x(\bar{x}) &= 0,5(1 - \bar{x})(1 + 1,5\alpha_{12}(1 + \bar{x})), \\ \psi_1^y(\bar{y}) &= 0,5(1 - \bar{y})(1 + 1,5\alpha_{14}(1 + \bar{y})), \\ \psi_2^x(\bar{x}) &= 0,5(1 - \bar{x})(1 + 1,5\alpha_{12}(1 + \bar{x})), \\ \psi_2^y(\bar{y}) &= 0,5(1 - \bar{y})(1 + 1,5\alpha_{23}(1 + \bar{y})), \\ \psi_3^x(\bar{x}) &= 0,5(1 - \bar{x})(1 + 1,5\alpha_{34}(1 + \bar{x})), \\ \psi_3^y(\bar{y}) &= 0,5(1 - \bar{y})(1 + 1,5\alpha_{23}(1 + \bar{y})), \\ \psi_4^x(\bar{x}) &= 0,5(1 - \bar{x})(1 + 1,5\alpha_{34}(1 + \bar{x})), \\ \psi_4^y(\bar{y}) &= 0,5(1 - \bar{y})(1 + 1,5\alpha_{14}(1 + \bar{y})).\end{aligned}\tag{16}$$

Введенные четыре параметра α в каждом из элементов позволяют регулировать степень введения разностей со сдвигом вверх по потоку. Определить неизвестный параметр α_{ij} возможно, применяя следующую формулу [11]:

$$\alpha_{i,j} = \text{cth}\beta - 1/\beta,\tag{17}$$

где $\beta = 0,25 \cdot h \cdot (u_i \cos\varphi + v_j \sin\varphi) / a$; h – шаг по направлению i и j ; u_i, v_j – векторы скорости в узлах i и j .

После вычисления членов уравнения (9) с применением параметров α^x, α^y становится возможным регулировать степень введения разностей со сдвигом вверх по потоку, т.е. эти два параметра связаны с k -м узлом и представляют собой трехточечные конечно-разностные операторы. Результатом является получение достаточно громоздких уравнений, которые, однако, возможно представить в удобной форме, используя пробные функции на однородной прямоугольной сетке ($\Delta x = \Delta y = h$).

Далее следует рассмотреть члены уравнения (5) по отдельности друг от друга:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \rightarrow m_y \otimes m_x (\theta^{n+1} - \theta^n),\tag{18}$$

$$h \frac{\partial \theta}{\partial x} \rightarrow m_y \otimes \delta_x \theta^n - 0,5 \alpha^x m_y \otimes \delta_x^2 \theta^n - 0,5 \alpha^y \delta_x \otimes \delta_y \theta^n, \quad (19)$$

$$h \frac{\partial \theta}{\partial y} \rightarrow m_x \otimes \delta_y \theta^n - 0,5 \alpha^y m_x \otimes \delta_y^2 \theta^n - 0,5 \alpha^x \delta_x \otimes \delta_y \theta^n, \quad (20)$$

$$h^2 \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \rightarrow m_y \otimes \delta_x^2 \theta^n + m_x \otimes \delta_y^2 \theta^n - 0,5 \alpha^x \delta_x^2 \otimes \delta_y^2 \theta^n - 0,5 \alpha^y \delta_x^2 \otimes \delta_y^2 \theta^n \quad (21)$$

где символами δ_x и δ_y обозначены центрированные разностные операторы первых производных, т.е.

$$- \delta_x : \theta_{i,j} = \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2};$$

$$- \delta_y : \theta_{i,j} = \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2}.$$

Уравнение (5) эквивалентное выражениям (17 – 20) имеет форму:

$$\frac{\delta_x \delta_y (\theta^{n+1} - \theta^n)}{\Delta \tau} + u \frac{\delta_x \theta^n - 0,5 \alpha^x \delta_x^2 \theta^n}{h} + v \frac{\delta_y \theta^n - 0,5 \alpha^y \delta_y^2 \theta^n}{h} - a \frac{\delta_x^2 \theta^n - \delta_y^2 \theta^n}{h^2} = 0. \quad (22)$$

Так, первый полушаг по времени позволяет получить:

$$\begin{aligned} m_y \otimes m_x (\theta^* - \theta^n) + 0,5 \lambda m_y \otimes \delta_x (U\theta)^* + 0,5 \lambda m_x \otimes \delta_y (V\theta)^n = \\ = 0,5 r m_y \otimes \delta_x^2 \theta^* + 0,5 r m_x \otimes \delta_y^2 \theta^n, \end{aligned} \quad (23)$$

и второй полушаг по времени:

$$\begin{aligned} m_y \otimes m_x (\theta^{n+1} - \theta^*) + 0,5 \lambda m_y \otimes \delta_x (U\theta)^* + 0,5 \lambda m_x \otimes \delta_y (V\theta)^{n+1} = \\ = 0,5 r m_y \otimes \delta_x^2 \theta^* + 0,5 r m_x \otimes \delta_y^2 \theta^{n+1}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{где } r = a \frac{\Delta \tau}{\Delta h^2}, \quad \lambda = \frac{\Delta \tau}{h}.$$

При этом уравнение (23) используется для линий сетки, идущих в направлении оси x (линии постоянного j на рис. 4). При этом необходимо учитывать, что значения, которые соответствуют промежуточному уровню времени (отмечены верхним индексом *), входят в указанное уравнение неявным образом. Для линий сетки, идущих в направлении оси y (линия

постоянного i на рис. 4), используется уравнение (24), в которое неявным образом входят значения для уровня времени с индексом $n+1$.

Результаты расчетов безразмерной температуры, представлены в таблице №1, где шаг по времени $\Delta\tau=0,02$.

Таблица №1

Численное решение задачи о нестационарной теплопередаче в трещине

τ	θ		
	N=2	N=3	N=4
0	1,5	1,5	1,5
0,02	1,32103	1,32103	1,32103
0,04	1,1741	1,1741	1,1741
0,06	1,05345	1,05345	1,05345
0,08	0,9544	0,9544	0,9544
0,10	0,87308	0,87308	0,87308
0,12	0,80631	0,80631	0,80631
0,14	0,75149	0,75149	0,75149
0,16	0,70648	0,70648	0,70648
0,18	0,66953	0,66953	0,66953
0,20	0,63919	0,63919	0,63919

Среднеквадратичные погрешности, приведенные в таблице №1, указывают, что не являются обусловленными только пространственной аппроксимацией ввиду использования достаточно малого шага по времени.

Зависимость безразмерной температуры в узле в точке с координатами $(0,5; 0,5)$ от безразмерного времени τ , представлена графически на рис. 5.

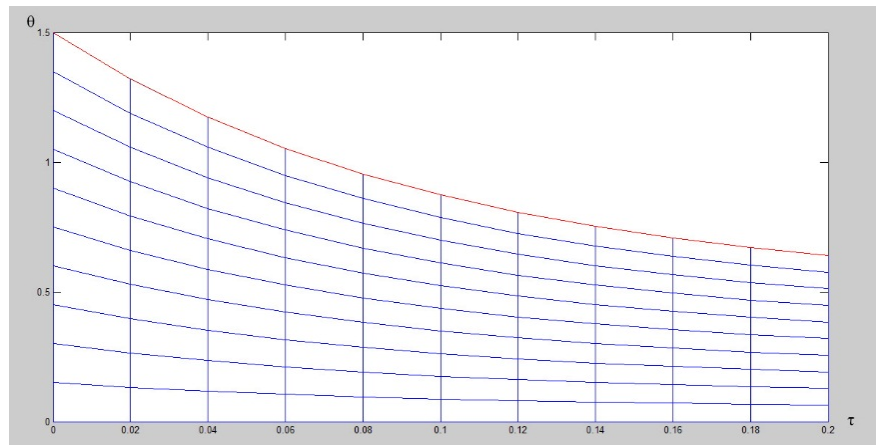


Рис.5. – Зависимость безразмерной температуры в узле, расположенном в точке от безразмерного времени, τ

Уравнение (5) можно записать как для установившейся конвективной диффузии, так увеличение τ (рис. 5) приводит к затуханию возмущения, и линейное распределение температуры остается стационарным:

$$u \frac{\delta_x \theta - 0,5 \alpha^x \delta_x^2 \theta}{h} + v \frac{\delta_y \theta - 0,5 \alpha^y \delta_y^2 \theta}{h} - \frac{\delta_x^2 \theta - \delta_y^2 \theta}{h^2} = 0. \quad (25)$$

Найденные решения уравнения (25) построены на однородной сетке $\Delta x = \Delta y = 0,1$ для значения $\frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{a} = 500$. При $x = 0,5$ и $\varphi = 21,8^\circ$ распределения безразмерной температуры приведено в таблице №2.

Таблица №2

Изменение безразмерной температуры при $x=0,5$

у	$\alpha_x = \alpha_y = 1$	Конечные разности, сдвиг (24)
0	0	0
0,1	0	0,03
0,2	-0,02	0,06
0,3	-0,03	0,13
0,4	0,14	0,25
0,5	0,52	0,44

Окончание табл. №2

0,6	0,87	0,67
0,7	1,01	0,89
0,8	1,01	0,99
0,9	1,0	1,0
1,0	1,0	1,0

Результат распределения температуры в наклонной трещине вдоль центральной линии CD (области $CABD$ см. рис.4) приведен на рис.6.

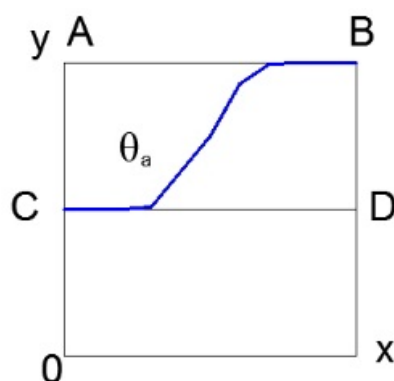


Рис.6. – Распределение температуры и скорости на линии CD методом Петрова-Галеркина

Из рис. 6 видно, что в наклонной щели имеет место отклонение профиля температуры и скорости от центральной линии, что свидетельствует о значительных возмущениях температурного поля, локализация которого находится вблизи трещины, и размеры области искажения определяются размерами самой трещины.

Литература

1. Леденев В.В., Однолько В.Г. Анализ причин аварий зданий и сооружений и пути повышения их надежности// Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2012. №2. С. 449-457.

2. Зильберова И.Ю., Петрова Н.Н. Модернизация зданий с целью повышения энергоэффективности, комфорта и безопасности проживания, а также продления срока эксплуатации жилых зданий//Инженерный вестник Дона, 2012, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1120.

3. Нестерова В.Ю., Барсуков И.В., Стрюков Ю.Н. Оценка влияния подземных горных работ на состояние зданий и сооружений на земной поверхности на угольных месторождениях// Уголь. 2014. №10 (1063). С. 29-34.

4. Усанов С.В. Геомеханическая оценка возможности использования подработанных территорий: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.20. Екатеринбург, 2011. 150 с.

5. Бартоломей М.Л., Труфанов Н.А. О применении пакета ANSYS для исследования деформирования здания с учетом трещинообразования// Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. 2009. №1. С. 15-20.

6. Кашеварова Г.Г., Труфанов Н.А. Численное моделирование деформирования и разрушения системы «здание-фундамент-основание». Екатеринбург-Пермь: УрО РАН, 2005. 225 с.

7. Willam, K.J. and E.D. Warnke, 1975. Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete. Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering, 19: p.174.

8. Дулоглу Т.А., Григорьев В.И., Русяков Д.В. Применение численных методов при решении задач воздухообмена через ограждающие конструкции, имеющие физический износ// Инженерный вестник Дона, 2017, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4495.

9. Хуторной А.Н., Кузин А.Я., Цветков Н.А., Мирошниченко Т.А., Колесникова А.В. Нестационарный пространственный теплоперенос в неоднородной керамзитобетонной стене// Известия Томского политехнического института. 2006. №4. С. 113-116.



10. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина . М.: Мир, 1988. 352 с.
11. Huyakorn P.S. Appl Math. Modelling . М.: 1977. 195 p.

References

1. Ledenev V.V., Odnolko V.G. Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2012. №2. pp. 449-457.
2. Zilberova I.YU., Petrova N.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1120.
3. Nesterova V.YU, Barsukov I.V., Stryukov YU.N. Ugol. 2014. №10 (1063). pp. 29-34.
4. Usanov S.V. Geomekhanicheskaya otsenka vozmozhnosti ispol'zovaniya podrobotannykh territoriy [Geomechanical assessment of the possibility of using the earned territories]: dis. ... kand. tekhn. nauk: 25.00.20. Ekaterinburg, 2011. 150 p.
5. Bartolomey M.L., Trufanov N.A. Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Mekhanika. 2009. №1. pp. 15-20.
6. Kashevarova G.G., Trufanov N.A. Chislennoye modelirovaniye deformirovaniya i razrusheniya sistemy «zdaniye-fundament-osnovaniye» [Numerical modeling of deformation and destruction of the «building-foundation-foundation system»]. Ekaterinburg-Perm: UrO RAN, 2005. 225 p.
7. Willam, K.J. and E.D. Warnke, 1975. Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete. Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering, 19: p.174.
8. Duloglu T.A., Grigoryev V.I., Ruslyakov D.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4495.
9. Khutornoy A.N., Kuzin A.YA., Tsvetkov N.A., Miroshnichenko T.A., Kolesnikova A.V. Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo instituta. 2006. №4. pp. 113-116.



10. Fletcher K. Chislennyye metody na osnove metoda Galerkina [Numerical methods based on the Galerkin method]. M.: Mir, 1988. 352 p.
11. Huyakorn P.S. Appl Math. Modelling. M.: 1977. 195 p.