О запасе прочности и оценке надежности узлов металлоконструкций

А.В. Кулагин

Камский институт гуманитарных и инженерных технологий, г. Ижевск,Удмуртия

П.В. Дородов

Ижевская государственная сельскохозяйственная академия, г. Ижевск, Удмуртия

Из практики работоспособности узлов металлоконструкций известно, что распределение усилия (напряжения), а также распределение прочности всей конструкции подчиняются нормальному закону распределения с соответствующими плотностями вероятности [1,2]. Целью расчета надежности является определение критического напряжения, при котором запас прочности оказывается наименьшим. Пусть распределение усилия подчиняется нормальному закону с плотностью вероятности $f_1(x)$, математическим ожиданием m_1 усилия (напряжения) и средним квадратическим отклонением σ_1. Распределение прочности подчиняется нормальному закону с плотностью вероятности $f_2(x)$, математическим ожиданием прочности m_2 и средним квадратическим отклонением σ_2.

Графически распределение плотностей вероятности показано на рисунке 3.

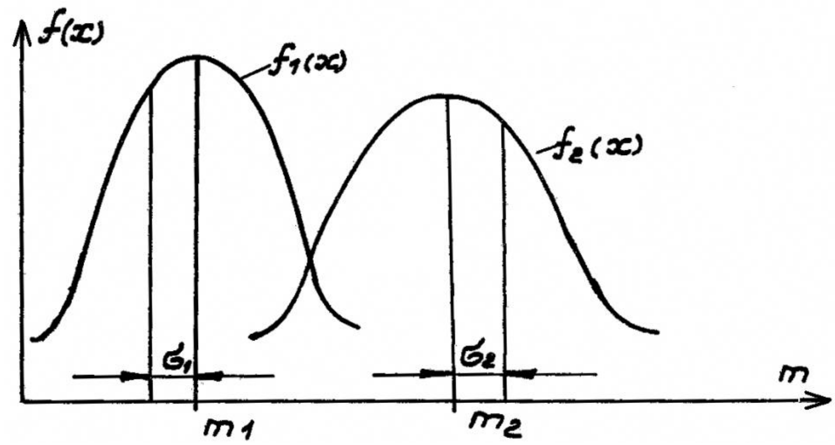

Рис. 1. Распределение плотностей вероятностей напряжений и усилий в узле.

Функция надежности такой системы определяется выражением вида [3]

$$P = \Phi(\frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}}),$$

где $\Phi(z)$ - нормированная нормальная функция распределения.

Практически функция надежности в проектных расчетах определяется, исходя из величины запаса прочности, т.е.

$$P = \Phi(n),$$

где n- коэффициент запаса прочности.

Расчет надежности узлов проводится для самых критических сечений, где запас прочности минимальный, а затем надежность узла находится как произведение надежности критических сечений, т.е. как последовательная схема соединений. Из практики известно, что при коэффициенте запаса прочности n≥1,4 надежность узла близка к единице: $P = \Phi(1{,}4) \approx 1{,}0$

Выберем нормативный коэффициент запаса прочности. Назначение нормативного коэффициента $К_{норм}$ запаса прочности является весьма сложной задачей, решение которой в настоящее время представляется возможным лишь в некоторых частных случаях нагружения.

Пусть выборка из опытных образцов изделия наблюдалась в эксплуатации достаточно длительное время Т, определяемое как функция точности и достоверности результатов эксперимента. При этом удалось установить:

$M(R_{min})_n$- значение нижней границы доверительного интервала минимального параметра прочности;

$M(\sigma_{max})_в$- значение верхней границы доверительного интервала максимальной нагрузки.

За эти значения можно принять, например предел прочности или предел текучести материала, выбираемые из нормативных документов или с использованием зисунка 2 . Тогда нормативный коэффициент запаса приближенно рассчитывается по формуле

$$K_{норм.} \cong \frac{M(R_{\min})_H}{M(\sigma_{\max})_B}$$

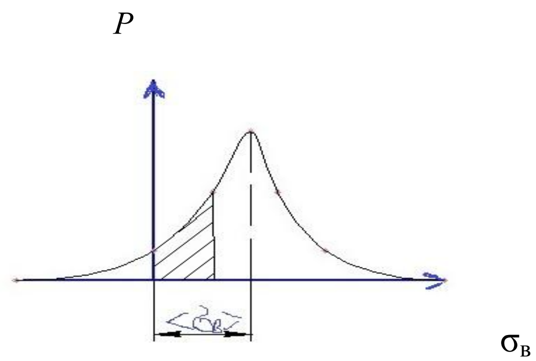

Рис.2. Функция распределения механических характеристик материалов.

Если условия нагружения и внутреннего состояния конструкции позволяют принять исходные гипотезы, то решение удается привести к виду, более удобному для практического использования

$$K_{норм.} = \frac{1}{1-\mu^2\upsilon_R^2}\left[1+\sqrt{1-(1-\mu^2\upsilon_R^2)(\mu^2\upsilon_\sigma^2)}\right]$$

где υ_R^2, υ_σ^2 - коэффициенты вариации параметра прочности и нагрузки, соответственно; μ- гауссовский уровень надежности [3].

В частном случае такого нагружения, когда σ=‹σ›- детерминированная величина,

$$K_{норм.} = \frac{1}{1-\mu\upsilon_R}$$

Поэтому вероятность Q отказа будет равняться вероятности события противоположного, то есть

$$Q = P(-\infty < \psi < 0) = \int_{-\infty}^{0} \varphi(\psi)\partial\psi$$

или с учетом первой гипотезы (о нормальном распределении)

$$\left\{\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2}\left[1-\Phi(\frac{\langle\psi\rangle}{S_\psi})\right] \\ P &= \frac{1}{2}\left[1-\Phi(\frac{\langle\psi\rangle}{S_\psi})\right] \end{aligned}\right\}$$

В соответствии с другой исходной гипотезой и теоремами теории вероятностей находятся параметры распределения

$$\left\{\begin{aligned} \langle\psi\rangle &= \langle R\rangle - \langle\sigma\rangle \\ S_\psi &= \sqrt{S_R^2 + S_\sigma^2} \end{aligned}\right\}$$

где $\langle R\rangle, \langle\sigma\rangle$ - средние значения параметров прочности и нагрузки; S_R^2, S_σ^2 - дисперсии параметров прочности и нагрузки.

Отношение $\frac{\langle\psi\rangle}{S_\psi} = \mu$ называется характеристикой безопасности или гауссовским уровнем надежности. Это понятие оказывается весьма удобным при пользовании таблицей значений функции Лапласа φ_2 [3] , так как вероятность безотказной работы (неразрушения) составит

$$P = \varphi_2(\mu)$$

и находится в этом случае непосредственно по таблице.

Наряду с вероятностным анализом оценивается и надежность аналогов и (или) конструктивных исполнений изделия. Если она не отвечает регламентированным требованиям, то устанавливают причины недостаточной надежности и рассматривают возможные мероприятия по ее повышению [2]. Для этого определяют достигнутый уровень надежности *P*, а также затраты *C* и полезный эффект *E* в стоимостном выражении. Наилучшим является такое решение $P_{опт}$, которое соответствует максимальному значению разности между *E* и *C* (рисунок 3) , т. е.

$$P_{опт} \rightarrow \max\ (E - C)$$

или когда величина С достигает предельно допустимого значения.

Когда имеется большое число вариантов изделия, то каждый вариант изделия изображается на графике (рисунок 4) в виде точек с координатами *P* и *C*. Линия, огибающая множества слева и сверху , проходит через наиболее предпочтительные варианты, соответствующие определенной стоимости. Остальные варианты заведомо хуже и их рассмотрение нецелесообразно.

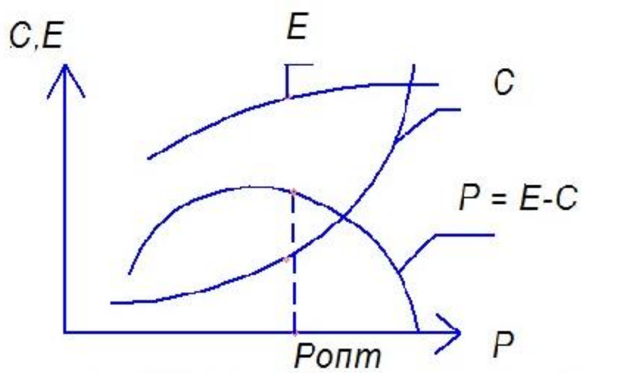

рис.3 Схемы обоснования показателей надёжности

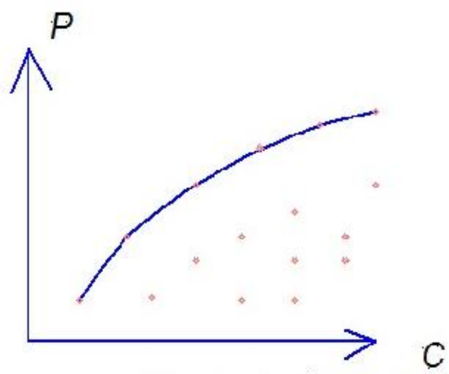

рис.4 Схема выбора наилучшего по надёжности варианта изделия

Литература:

1.Труханов В. М. Надежность мобильных автоматических установок.- Волгоград: Волгоградский политехнический институт, 1989.

2.Кубарев А.И. Надежность в машиностроении.-М. : Издательство стандартов, 1989.-224 с.

3.Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика - М., Высш.шк., 2003.-479 с.